# 留保効用の変化が2期間の契約に与える影響について：数値例による分析

古　川　徹　也

東京国際大学論叢　経済学研究　第10号　抜刷
2026年（令和8年）3月20日

# 留保効用の変化が２期間の契約に与える影響について：数値例による分析

古　川　徹　也

# The Impact of Changes in Reservation Utility on Two-Period Contracts: A Numerical Analysis

FURUKAWA, Tetsuya

Abstract

This study investigates the properties of optimal contracts in a two-period framework by employing a principal-agent model with moral hazard. Emphasis is placed on the mechanism through which the outcome of the first period influences the agent's reservation utility in the second period. The analysis demonstrates that variations in reservation utility modify the agent's incentive and participation constraints, thereby yielding optimal contract structures that differ fundamentally from those obtained in a single-period setting.

*Keywords:* Two-Period Principal-Agent Model, Moral Hazard, Reservation Utility, Numerical Analysis

**要　旨**

本稿では，モラルハザードが存在するプリンシパル＝エージェント・モデルを用いて，2期間での最適契約がどのような性質をもつのかについて，数値例を用いて考察する。とくに本稿では1期目の結果が2期目の留保効用に影響を与える点を重視する。結論としては，留保効用の変化がエージェントに対する制約条件を変化させ，最適契約が1期間モデルでは得られないような性質をもつことが示された。

キーワード：2期間のプリンシパル＝エージェント・モデル，モラルハザード，留保効用，数量分析

## 目　　次



## は じ め に

本稿の目的は，動的契約理論と呼ばれる複数期間にわたるインセンティブ契約の問題について，とくに2期間のケースを数値例によって分析し，1期間の契約の場合とはどのような違いがあるかについて明らかにすることにある。

モラルハザードの存在するもとでのインセンティブ契約の理論では，1期間で考えるモデルと同時に，複数期間を考察するモデルも数多く存在する。その理由は，以下の2つの点がインセンティブ契約における報酬体系に影響を与えると考えられるからである。第一に，実際の経済環境では，エージェントは時間とともに新たな外部機会を獲得し，外部市場での評価やオプションが更新されるという点である。労働者は転職を考える際，現職での経験を自らの付加価値として転職市場に参入する。過去にあげた成果を示すことでエージェントは，転職市場で有利な立場を得る。第二に，プリンシパルの立場としては，転職市場でエージェントの評価が高まるのであれば，1期目の時点でプリンシパルが負担する必要のない「将来の報酬」がエージェントに加わるので，プリンシパルはその分報酬を減らすことができる。その結果「将来の報酬」がある場合とない場合とで，契約が異なる可能性がある。この点を2期間のモデルを用いて分析する。

「将来の報酬への影響」を分析するために，1期目の成果によって留保効用が変化し，そのことがインセンティブ契約における参加制約を変化させるという設定でモデル化する。インセンティブ契約のモデルでは，プリンシパルの目的は，エージェントに関する誘因制約と参加制約のもとで利得（収入からエージェントへの支払いを差し引いたもの）の最大化を目指すことである。2期

間モデルにおけるそれぞれの制約は，2期間の意思決定がそれぞれ独立に決まるのではなく影響しあう場合には，そのことを考慮に入れたものでなければならない。その結果，報酬そのものだけでなく，プリンシパルがエージェントにどのような努力水準を選ばせたいのかにも影響を与える。本稿ではとくにその点に着目する。

本稿で考えるモデルを簡単に説明すると以下のようになる。プリンシパルがエージェントに提示する契約（報酬）は，それぞれの期においてエージェントが選択する努力水準ではなく，それぞれの期における成果に依存したものである。エージェントが直接選択可能な努力水準がプリンシパルには観察できず，努力水準に確率的に依存している成果のみが観察可能である，という意味で本稿はモラルハザードのモデルである。本稿では，成果は「良い成果」「悪い成果」の2つであり，プリンシパルの収入は良い成果のときのほうが悪い成果のときよりも大きいと仮定する。また各期にエージェントが選択する努力水準は「高い努力水準」と「低い努力水準」の2種類であり，高い努力水準を選ぶときのほうが，低い努力水準を選んだときよりも，良い成果が出る確率が高いと仮定する。

1期目に生じた成果は，1期目のエージェントの報酬を決めるだけでなく，2期目の留保効用にも影響を与える。1期目の成果が当事者であるプリンシパルとエージェントだけでなく外部からも観察されると仮定すると，それが「評判効果」となり，エージェントの外部機会での評価，すなわち留保効用が1期目から変化する。「良い成果」が生じた場合には留保効用が上昇し，「悪い成果」が出た場合には留保効用が低下する。プリンシパルはそのことを前提として，2期目のエージェントへの報酬体系を構築する，という点をモデルに組み込む。[1)]

このような状況下では，プリンシパルにとって1期目にエージェントに高い努力水準を選択させることはトレードオフに直面することになる。もし評判効果がなければ，「良い成果では高い報酬，悪い成果では低い報酬」という契約を提示することでエージェントに「良い成果が出る高い努力水準」を選択するインセンティブを与えることが望ましくなることは，一般的にもっともらしい。しかしそれが2期間になると，留保効用が上昇することで将来（2期目）の報酬を引き上げる必要が生じることでかえって利得が下がるという可能性が生じる。つまり，1期間だけでは高い努力水準を選択させることが望ましい場合であっても，将来の留保効用を考慮に入れると高い努力水準を選ばせないことがあり得る。「将来の報酬への影響」は，エージェントだけでなくプリンシパルの選択にも影響を与える。

契約理論ではすでに，契約期間が複数期にわたることにより，今期の行動が来期以降の契約に影響を与えることを考慮に入れたモデルは複数存在する。たとえば逆選択のフレームワークでは，ラチェット効果の分析がよく知られている。今期の行動が来期に自分のタイプに関する情報を与えてしまうことで次期以降に負担が重くなることを防ぐために努力水準を低下させるという行動を分析するのがラチェット効果の分析である。それに対して本稿ではモラルハザード型の契約理論で，来期の評判を得るために努力することを考えるエージェントに対して，あえて努力をさせない，市場価値を高めるような結果を出させないプリンシパルの行動を分析しようとする。またHolmström（1999）のキャリア概念の問題は，逆選択とモラルハザードの両方を取り入れている点でラチェット効果の分析よりも本稿のモデルに近い。

本稿のモデルによる分析から，以下の結論が言える。評判効果の存在は，エージェントが高い努力水準を選んだときに良い結果が得られる確率が1期目と2期目で同じであっても，プリンシパルの「高い努力水準を選択させるか低い努力水準を選択させるか」という契約の選択に影響を与える。すなわち，評判効果が存在しない場合には高い努力水準を選択させる場合でも低い努力水

準を選択させたり，その逆の選択を行わせたりすることが一定の条件のもとではあり得るということである。

以下第1節では，モデルを紹介する。第2節では1期間のモラルハザードの契約分析を用いて報酬体系の特徴を明らかにする。続く第3節で2期間のインセンティブ契約について詳細に分析する。第4節では，第3節の結果を数値例にあてはめて，評判効果が結果に影響を与えることを示す。

**先行研究との関係**

いわゆる契約理論については，Laffont and Martimort（2002）やBolton and Dewatripont（2005）で紹介されているように，1970年代以降膨大な研究蓄積があり，それらは複数期間の分析とは限らない。本稿は，そのなかでも複数期間のインセンティブ契約に関する問題であるので，Harris and Holmström（1982），Holmström（1999）に始まる動学的契約理論と深い関連をもつ。とくにHolmström（1999）の研究は，「キャリア概念」（career concerns）として，今期のエージェントのパフォーマンスが来期以降の彼の利得に影響を与える問題を扱っているという点でもっとも関連の深いものである。また複数期間のインセンティブ契約理論では，ラチェット効果を巡る分析（Freixas *et al*.（1985），Laffont and Tirole（1988））など，エージェントの「能力」に関する非対称性を扱った逆選択モデルが多いのに対して，Holmström（1999）は本稿と同じく「努力」も扱っており，その点において関連性が深いと言える。Holmström（1999）のモデルが労働者のインセンティブに多くの注意を向けているのに対して，本稿はむしろプリンシパルの契約の選択に焦点を当てている点が異なる。

このような視点に基づく最近の研究例として，McClellan（2024）が挙げられる。McClellan（2024）では，エージェントの外部オプションが時間とともに確率的に変動する状況での交渉モデルを提示し，動学的な外部オプションが契約経路と利得配分を大きく規定することを示しており，本稿に比べると外部オプションの取り扱いが複雑となっている。さらにKrasikov（2021）やKrähmer and Strausz（2024）は，参加制約について資金制約や流動性制約などを取り入れている。それらに比べ本稿は，留保効用の変化を1期目の努力水準と結びつけ，留保効用の可能性を2種類，努力水準も2種類と抑えることで，より明確に関連性を見出していると言える。

## 1. モデル[2)]

契約を提示する側のプリンシパルと，実際に行動を選択するエージェントの間のプリンシパル＝エージェント問題を考える。以下ではプリンシパルをP，エージェントをAと略す。PはAが選択する行動を観察できないという意味でモラルハザードが存在するモデルである。

2節では1期間の最適契約，3節以降では，Aが外部機会で得ることができる留保効用が変化する，という意味での評判効果を入れた2期間の最適契約を考える。Pは危険中立的，Aは危険回避的であるとする。Pの目的は期待利潤の最大化であり，Aの目的は後で定義する期待効用の最大化である。

Aが努力を実行した結果あらわれる成果は良い（good）成果と悪い（bad）成果の2種類である。良い成果のときに実現するPの収入を$G$，悪い成果のときのPの収入を$B$とおき，$G>B$を仮定する。

Aが投入する努力(effort)水準を$e$とおく。$e$は$\bar{e}$(高い努力)と$\underline{e}$(低い努力)の2種類があるとする。努力水準が，成果$G,B$がそれぞれ生じる確率に影響を与える。

努力水準がどちらであるかはA自身には観察できるがPには観察できないというモラルハザード

問題が存在する。したがってＰはＡに対して契約を提示する際，$e$の大きさに応じた契約を作成することはできない。Ｐに観察できるのは，各期の終わりに$G$,$B$のどちらの収入が実現したかだけであるから，Ｐは，Ａに対して成果に応じた報酬を支払う。

$G$のときのＡの報酬を$W^G$，$B$のときのＡの報酬を$W^B$とする。いずれの大きさもプラスであることを仮定する。これは，各期のＰからＡへの支払いのみであることを意味する。

### 1.1　成果が生じる確率と努力水準との関係

$G$,$B$がそれぞれどのような確率で生じるかは，努力水準$e$の大きさに依存する。$e=\bar{e}$のときに$G$が生じる確率を$p$，$e=\underline{e}$のときに$G$が生じる確率を$q$とおくと（$0<p<1$，$0<q<1$である），$\bar{e}$のときのほうが$\underline{e}$のときよりも$G$が生じる確率が高いという$p>q$を仮定すれば十分であるが，以下では，$\frac{1}{2}<p<1$，$q=\frac{1}{2}$とおく。つまり，低い努力水準では$G$となるか$B$となるかは五分五分に過ぎないが，高い努力水準では50%以上の確率で$G$となることを仮定する。

### 1.2　ＰとＡの目的関数

Ａの選ぶ努力水準$e$に応じて，Ａにとってのコストが発生する。$\bar{e}$のときのコストを$c>0$，$\underline{e}$のときのコストを0とする。したがって，選択する努力水準の間で期待報酬が等しいのであれば，Ａは低い努力水準$\underline{e}$を選ぼうとするので，1期間の場合には，ＰはＡに高い努力水準を選択させようとするならば，高い努力水準の期待報酬が低い努力水準のときよりも高くなるように報酬体系を考える必要がある。この点が以下の誘因制約につながる。

Ａへの報酬を$W^i$とすると（$i=G$または$B$），Ａの事後的利得関数$U(W,e)$（$e=\bar{e}$または$\underline{e}$）は，

$$U(W^i,\bar{e})=\sqrt{W^i}-c,\ U(W^i,\underline{e})=\sqrt{W^i}$$

という危険回避型のものであるとする。Ａの目的は，期待利得を最大化するように，まず契約を結ぶかどうか，さらにどのような努力水準$e$を選ぶことである。

また，外部機会で得られる効用水準，すなわち留保効用を$\bar{U}$とおく。これは，当事者となっているＰと契約を結ばなかった場合に得られる効用水準である。

Ｐは危険中立的であると仮定する。すると，Ｐの目的は期待利潤の最大化となる。$G$が生じる確率を$r$とすると（$r=p$または1/2），1期間での期待利潤$\pi$は

$$\pi=r(G-W^G)+(1-r)(B-W^B)$$

と表せる。Ｐは，$\pi$の最大化を目指して$W^G$, $W^B$を決める。[3)]

## 2.　1期間モデルのインセンティブ契約

以下ではまず，評判効果を考えない1期間のインセンティブ契約について考察する。あとで2期間モデルを考える際にも，ここで考えることは役に立つ。以下では根号の計算を避けるために，

$$\sqrt{W^G}=X,\ \sqrt{W^B}=Y$$

とおく。すなわち，$X, Y \geq 0$, $W^G = X^2$, $W^B = Y^2$である。

1期間のモデルの解となる$W^G$, $W^B$は，

(1) Pは$\bar{e}$をAに選択させるという制約のもとでPの期待利潤を最大化する$W^G$, $W^B$を求め，そのときの期待利潤を求める，

(2) Pは$\underline{e}$をAに選択させるという制約のもとでPの期待利潤を最大化する$W^G$, $W^B$を求め，そのときの期待利潤を求める，

(3) (1)と(2)で求めた期待利潤を比較し，Pがどちらを選ぶかを決める，

という形で解くことができる。

### 2.1 $\bar{e}$となる場合の最適契約

Aが$\bar{e}$を選択することを制約として，Pの期待利潤を最大化する契約を考える。$\bar{e}$のもとで$G$が生じる確率は$p$，$B$が生じる確率は$1-p$である。$\bar{e}$のもとでのPの期待利得を$\bar{\pi}$とおくと，

$$\bar{\pi} = p(G - X^2) + (1-p)(B - Y^2) = B + (G - B)p - (pX^2 + (1-p)Y^2) \tag{1}$$

となる。(1)式を$X, Y$に関して最大化することは，

$$pX^2 + (1-p)Y^2 \tag{2}$$

を$X, Y$に関して最小化することと一致する。

Pにとっての制約条件は，(i) $\underline{e}$ではなく$\bar{e}$をAに選択させるための誘因制約(IC)，(ii) Aが外部機会を利用せずにPと契約を結ぶための参加制約(IR)，の2つを考える必要がある。まず誘因制約ICは

$$\text{IC: } pX + (1-p)Y - c \geq \frac{1}{2}X + \frac{1}{2}Y \tag{3}$$

と表せる。(3)式の左辺は$\bar{e}$を選択したときのAの期待効用，右辺は$\underline{e}$を選択したときのAの期待効用である。

参加制約IRは

$$\text{IR: } pX + (1-p)Y - c \geq \bar{U} \tag{4}$$

となる。(4)式は，$\bar{e}$を選択したときの期待効用が外部機会を利用したときの効用である留保効用$\bar{U}$以上となる必要があることを表している。

この問題の解は，以下の命題1としてまとめられる。

**(命題1) (3)式と(4)式の制約のもとで(2)式を最小化する$\boldsymbol{X, Y}$の値はそれぞれ，**

$$\boldsymbol{X = \bar{U} + \frac{c}{2p-1},\ Y = \bar{U} - \frac{c}{2p-1}}$$

**となる。$\bar{e}$での報酬を$W^G(\bar{e})$, $W^B(\bar{e})$と表すと，**

$$\boldsymbol{W^G(\bar{e}) = \left(\bar{U} + \frac{c}{2p-1}\right)^2, W^B(\bar{e}) = \left(\bar{U} - \frac{c}{2p-1}\right)^2} \tag{5}$$

**となる。**
**（証明）** 補論を参照のこと。

報酬については明らかに$W^G(\bar{e}) > W^B(\bar{e})$が成立する。つまり，PがAに$\bar{e}$を選択させるような報酬体系は，実現する成果に依存して報酬が変わる分離契約となる。$W^G(\bar{e}), W^B(\bar{e})$の大きさは$G,B$には依存せず，$\bar{e}$をAが選んだときに$G$が実現する確率$p$と，留保効用$\bar{U}$に依存する。

ここで$Y$に注意が必要である。$Y \geq 0$が満たされる必要があるが，そのためには$\bar{U} \leq \frac{c}{2p-1}$，すなわち

$$p \geq \frac{\bar{U}+c}{2\bar{U}} \tag{6}$$

が満たされる必要がある。これについては，3.3項で再び触れる。

### 2.2　$\underline{e}$となる場合の最適契約

2.1項と同様に，Aに$\underline{e}$を選択させる場合のPの問題を考える。$\underline{e}$のときのPの期待利得を$\underline{\pi}$とおくと，

$$\underline{\pi} = \frac{1}{2}(G - X^2) + \frac{1}{2}(B - Y^2) = \frac{1}{2}((G+B) - (X^2+Y^2)) \tag{7}$$

となるので，$\bar{e}$のケースと同様に，結局問題は

$$X^2 + Y^2 \tag{8}$$

を$X, Y$に関して最小化することである。
誘因制約は，

$$\text{IC:}\ \frac{1}{2}X + \frac{1}{2}Y \geq pX + (1-p)Y - c \tag{9}$$

となるが，これは$\bar{e}$の場合のICを表す(3)式の不等号の向きを逆にしただけである。参加制約は，$\underline{e}$を選んだときの期待効用が留保効用以上となる制約，すなわち

$$\text{IR:}\ \frac{1}{2}X + \frac{1}{2}Y \geq \bar{U} \tag{10}$$

である。この問題の解は以下の命題2となる。

**（命題2）** ***X,Y*の値はそれぞれ，**

$$\boldsymbol{X = Y = \bar{U}}$$

**である。したがって報酬体系は，**

$$\boldsymbol{W^G(\underline{e}) = W^B(\underline{e}) = \bar{U}^2} \tag{11}$$

**という一括契約となる。**
**（証明）補論**を参照のこと。

1期間のインセンティブ契約においては，$\underline{e}$を選択させる場合には誘因制約は不等号のままである。Aにとっては$\bar{e}$を選択することにはコストがかかるので，コストのかかることへの報酬として誘因制約が必要になるが，$\underline{e}$を選択する場合に誘因制約は必要ないので，$W^G$と$W^B$に差をつける必要はなく，参加制約のみが制約となる。したがって一括契約となる。

### 2.3　Pの利得の比較

命題1, 2で求めた報酬体系をPの利得に代入すると，$\bar{e}, \underline{e}$それぞれでの利得は以下のようになる。

$$\begin{aligned}\bar{\pi} &= B + (G-B)p - (p\,W^G(\bar{e}) + (1-p)\,W^B(\bar{e})) \\ &= B + (G-B)p - \left(p\left(\bar{U} + \frac{c}{2p-1}\right)^2 + (1-p)\left(\bar{U} - \frac{c}{2p-1}\right)^2\right)\end{aligned} \tag{12}$$

$$\underline{\pi} = \frac{1}{2}(G+B) - W^G(\underline{e}) = \frac{1}{2}(G+B) - \bar{U}^2 \tag{13}$$

(12)式と(13)式の差を$\Delta_\pi$とおく。すると

$$\Delta_\pi = \bar{\pi} - \underline{\pi} = \left(p - \frac{1}{2}\right)(G-B) - \frac{c^2}{(2p-1)^2} - 2c\bar{U} \tag{14}$$

(14)式について，$\bar{U}$を変数$U$に置き換え，$\Delta_\pi = 0$となるような$(p, U)$，すなわち

$$U = \frac{1}{2c}\left(p - \frac{1}{2}\right)(G-B) - \frac{c}{2(2p-1)^2} \tag{15}$$

を$p-U$平面に表すと，**図1**のようになる。[4] グラフは右上がりのものとなり，グラフの上側の領域は$\bar{\pi} < \underline{\pi}$，下側の領域が$\bar{\pi} > \underline{\pi}$となる$(p, U)$の組み合わせである。またグラフ全体は，$G-B$が大き

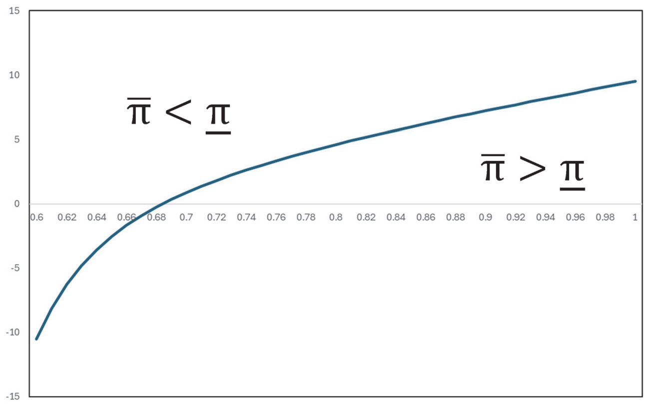



図１　$\boldsymbol{G}$ = 80, $\boldsymbol{B}$ = 40 とおいたときの，$\boldsymbol{U}$ と $\boldsymbol{p}$ との関係を表すグラフ

くなると上にシフトする。つまり，それだけ分離契約がPにとって望ましくなる領域($\bar{\pi} > \underline{\pi}$)が拡大する。分離契約を選択するとGが生じる確率が大きくなるので，$G-B$が大きくなると$\bar{e}$を選択させることの利益が高まることからもこれは明らかである。

$U=\bar{U}$を固定して$p$が大きくなると，より$\bar{\pi} > \underline{\pi}$が成立しやすくなる。$p$が大きくなることは$G$が生じやすくなる$\bar{e}$のメリットを増加させるからである。

## 3. ２期間モデル：評判効果の導入

### 3.1　留保効用の大きさ

2期間を考える場合,「各プレイヤーは1期目の結果（$G$または$B$）を見て2期目の行動を決定する」という要素を考えなければならない。以下の議論では，1期目の影響を受けるものを留保効用に限定する。1期目の結果が2期目の留保効用に影響を与えることを**評判効果**と呼ぶことにする。

ここで考える評判効果とは，外部機会で得られる留保効用$\bar{U}$の大きさが，第1期に$G$が生じた場合には大きくなり，第1期に$B$が生じた場合には小さくなるということである。評判効果を考えるには，外部の企業には成果である$G,B$は観察可能だが，どのような契約のもとで結ばれたものかや$p$の大きさがわからない等の仮定が必要になるが，それらは満たされるとする。[5] 留保効用について以下の仮定をおく。

**（仮定１）**

**第１期における留保効用を$\bar{U}_1$，１期目の成果が$G$であった場合の第２期における留保効用を$\bar{U}_2^G$，$B$であった場合を$\bar{U}_2^B$とすると，**

$$\bar{U}_2^B < \bar{U}_1 < \bar{U}_2^G$$

**が成立する。**

1期目の成果が$G$であった場合に留保効用が上昇し，$B$であった場合には留保効用は低下する，というのは自然な仮定である。

### 3.2　時間の流れ

時間の流れは以下の通りである。

(1) PがAに対して1, 2期目の契約を提示する。
(2) Aはそれを拒否するか受託するかを決定する。契約が制約を満たす場合には受け入れる。
(3) 受け入れた契約に基づいて，Aは1期目の努力水準$\bar{e}_1$または$\underline{e}_1$を選ぶ。[6]
(4) 1期目の結果である$G$か$B$が確定する。それに基づいてAの2期目の留保効用が$\bar{U}_2^G$または$\bar{U}_2^B$となる。
(5) 2期目の留保効用に基づく2期目の契約が，Pが(1)で示したルールにしたがって決まる。
(6) Aは2期目の努力水準$\bar{e}_2$または$\underline{e}_2$を選び，結果が確定。利得が確定する。

本稿では，コミットメントの問題は扱わない。Pが提示する契約のうち2期目については，２期目において誘因整合的なものとする。したがって最適な契約を導く場合，バックワードインダク

ションにしたがって解けばよいことになる。

### 3.3　2期目の最適化問題

この問題をバックワードに解くために，まず2期目の最適化問題を解く。2期目に関しては，留保効用の違いに注意しながら2節の結果をそのまま利用することができる。

以下では，1期目の成果が$j$であったとき（$j = G,B$）の2期目の報酬を，$W^i\ (j, e_t)$とおく。つまり$W$の上付きの$i$は2期目の成果，カッコ内の$j$は1期目の成果である。

1期目に$G$が生じた場合，(5)(11)式の$\bar{U}$を$\bar{U}_2^G$に置き換えることで，報酬体系は以下のようになる。

Aが$\bar{e}_2$を選択する報酬体系は，

$$W^G\ (G, \bar{e}_2) = \left(\bar{U}_2^G + \frac{c}{2p-1}\right)^2, W^B\ (G, \bar{e}_2) = \left(\bar{U}_2^G - \frac{c}{2p-1}\right)^2 \tag{16}$$

Aが$\underline{e}_2$を選択する報酬体系は，

$$W^G\ (G, \underline{e}_2) = W^B\ (G, \underline{e}_2) = (\bar{U}_2^G)^2 \tag{17}$$

である。

1期目に$B$が生じた場合は，$G$が生じた場合と同様に(5)(11)式を$\bar{U}_2^B$とおくことで，以下のようになる。

Aが$\bar{e}_2$を選択する報酬体系は，

$$W^G\ (B, \bar{e}_2) = \left(\bar{U}_2^B + \frac{c}{2p-1}\right)^2, W^B\ (B, \bar{e}_2) = \left(\bar{U}_2^B - \frac{c}{2p-1}\right)^2 \tag{18}$$

Aが$\underline{e}_2$を選択する報酬体系は，

$$W^G\ (B, \underline{e}_2) = W^B\ (B, \underline{e}_2) = (\bar{U}_2^B)^2 \tag{19}$$

である。

(6)式で指摘した1期間モデルでの$Y \geq 0$を満たすための条件に対応するのは$\bar{U}_2^B - \frac{c}{2p-1} \geq 0$である。[7] 前の議論より，

$$p \geq \frac{\bar{U}_2^B + c}{2\bar{U}_2^B} \tag{20}$$

が制約となる。簡単な計算により

$$\frac{\bar{U}_2^B + c}{2\bar{U}_2^B} > \frac{1}{2}$$

が言える。1節において$p$については$\frac{1}{2} < p < 1$を仮定したが，$X, Y \geq 0$を満たす$p$の範囲は実際にはそれより狭く

$$\frac{\bar{U}_2^B + c}{2\bar{U}_2^B} \leq p < 1 \tag{21}$$

である。

$G,B$ それぞれのケースで，$\bar{e}_2$ のときと $\underline{e}_2$ のときのＰの利得を計算し，Ｐにとって最適な契約を決定する。1期目の成果が $j$ であったとき（$j = G,B$），2期目の努力水準が $\bar{e}_2$ のときのＰの利得を $\bar{\pi}_2(j)$，$\underline{e}_2$ のときのそれを $\underline{\pi}_2(j)$ とおくと，

$$\bar{\pi}_2(G) = B + (G - B)p - (pW^G(G, \bar{e}_2) + (1-p)W^B(G, \bar{e}_2))$$
$$= B + (G-B)p - \left(p\left(\bar{U}_2^G + \frac{c}{2p-1}\right)^2 + (1-p)\left(\bar{U}_2^G - \frac{c}{2p-1}\right)^2\right) \tag{22}$$

$$\underline{\pi}_2(G) = \frac{1}{2}(G+B) - W^i(G, \underline{e}_2) = \frac{1}{2}(G+B) - (\bar{U}_2^G)^2 \tag{23}$$

である（(23)式の $i$ は $G,B$ のどちらでもよい）。

1期目に $B$ が生じたときの2期目のＰの利得は，

$$\bar{\pi}_2(B) = B + (G - B)p - (pW^G(B, \bar{e}_2) + (1-p)W^B(B, \bar{e}_2))$$
$$= B + (G-B)p - \left(p\left(\bar{U}_2^B + \frac{c}{2p-1}\right)^2 + (1-p)\left(\bar{U}_2^B - \frac{c}{2p-1}\right)^2\right) \tag{24}$$

$$\underline{\pi}_2(B) = \frac{1}{2}(G+B) - W^i(G, \underline{e}_2) = \frac{1}{2}(G+B) - (\bar{U}_2^B)^2 \tag{25}$$

である（(25)式の $i$ は $G,B$ のどちらでもよい）。

(15)式をもとにして描いた図１に，$U = \bar{U}_2^G$，$\bar{U}_2^B$ にそれぞれ対応する線を書き込んだものが図２である。$U = \bar{U}_2^G$ に対応する $p$ を $p_G$，$U = \bar{U}_2^B$ に対応する $p$ を $p_B$ とおくと，$\bar{U}_2^G, \bar{U}_2^B$ と $p$ との関係で，

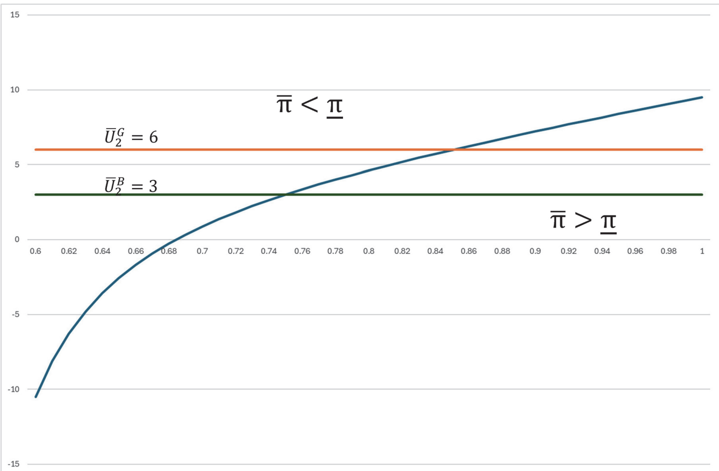



図２　図１と $\bar{U}_2^G = 6, \bar{U}_2^B = 3$ との関係

以下の補題1が言える。証明は図2より明らかである。

**（補題1）**

**（1）$\frac{\bar{U}_2^B + c}{2\bar{U}_2^B} < p < p_B$のとき，与えられた留保効用が$\bar{U}_2^G$, $\bar{U}_2^B$のどちらであっても，$\bar{\pi}_2(j) < \underline{\pi}_2(j)$である。**

**（2）$p_B < p < p_G$のとき，留保効用が$\bar{U}_2^B$のとき$\bar{\pi}_2(B) > \underline{\pi}_2(B)$，$\bar{U}_2^G$のとき$\bar{\pi}_2(G) < \underline{\pi}_2(G)$である。**

**（3）$p_G < p < 1$のとき，与えられた留保効用が$\bar{U}_2^G$, $\bar{U}_2^B$のどちらであっても，$\bar{\pi}_2(j) > \underline{\pi}_2(j)$である。**

直観的には以下のように解釈できる。$p$は$\bar{e}_2$を選んだときに$G$が生じる確率を表しているので，$p$が大きいときは分離契約によってAに$\bar{e}_2$を選択するインセンティブを与えるほうが望ましく，$p$が小さいときには，分離契約によって$\bar{e}_2$を選択させるためのコストが相対的に高くなるので，Aに一括契約を選択させるほうがPにとってはメリットがある。$p$が中間的な大きさの場合，留保効用が小さければ（$\bar{U}_2^B$であれば）2期目に$\bar{e}_2$を選択させることにメリットがあるが，留保効用が大きければ（$\bar{U}_2^G$であれば），$\bar{e}_2$を選択させることにメリットはなく，一括契約が望ましくなる。

Pの利得について，以下の命題3として整理する。証明は補題1より明らかである。

**（命題3）**

**（1）$\frac{\bar{U}_2^B + c}{2\bar{U}_2^B} < p < p_B$のとき，1期目の結果が$G$であっても$B$であっても$\underline{e}_2$を選択させる一括契約が選ばれるので，Pの利得は$G$のとき$\underline{\pi}_2(G)$，$B$のとき$\underline{\pi}_2(B)$である。**

**（2）$p_B < p < p_G$のとき，1期目の結果が$G$のときは$\underline{e}_2$を選択させる一括契約，$B$のときは$\bar{e}_2$を選択させる分離契約が選ばれるので，Pの利得は，$G$のとき$\underline{\pi}_2(G)$，$B$のとき$\bar{\pi}_2(B)$である。**

**（3）$p_G < p < 1$のとき，1期目の結果が$G$であっても$B$であっても$\bar{e}_2$を選択させる分離契約が選ばれるので，Pの利得は$G$のとき$\bar{\pi}_2(G)$，$B$のとき$\bar{\pi}_2(B)$である。**

### 3.4　1期目の契約

3.3項の議論によって，1期目の成果である$G,B$に対応した2期目の各プレイヤーの行動が確定した。それを前提として，1期目の各プレイヤーの行動について考える。

**1期目にAが$\bar{e}$を選ぶ場合**

1期目の最適契約を考察する際，Pの目的関数は1期目における費用

$$p\,X^2 + (1-p)\,Y^2$$

の最小化を考えればよい。$X,Y$の選択が2期目に影響を与えるのは，Aに$\bar{e}_1$と$\underline{e}_1$のどちらを選ばせるかだけである。したがって，以下のAの誘因制約，参加制約に2期目への影響は含まれる。

誘因制約，参加制約は，1期間だけを考えている場合と異なり，2期目の利得を考慮に入れる必要がある。2期目の契約では，一括契約であっても分離契約であっても参加制約IRが等号で満たされるので，1期目に$G$が生じた場合のAの利得は$\bar{U}_2^G$，Bが生じた場合のAの利得は$\bar{U}_2^B$である。

以上の点を考慮に入れて，Aの1期目の誘因制約は以下のとおりである。

$$\text{IC: } p\,X + (1-p)\,Y - c + (p\bar{U}_2^G + (1-p)\bar{U}_2^B) \geq \frac{1}{2}X + \frac{1}{2}Y + \left(\frac{1}{2}\bar{U}_2^G + \frac{1}{2}\bar{U}_2^B\right) \tag{26}$$

となる。(26)式を整理すると

$$\left(p-\frac{1}{2}\right)[(X-Y)+(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)]\geq c$$

となる。さらに整理すると以下の(27)式が得られる。

$$Y\leq X+\left((\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1}\right) \tag{27}$$

誘因制約を$X-Y$平面に描くと，$(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1}$はY切片を表す（補論の**図3**から**図8**）。2節のモデルでは，Y切片は$\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B$という項がないのでマイナスであったが，ここでは$\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B$と$\frac{2c}{2p-1}$の大小関係に応じてプラスにもマイナスにもなり得る。この点が2節のモデルとの大きな違いである。

評判効果がない場合は，$W^G>W^B$としないかぎり，費用のかかる$\bar{e}$という選択をAにさせることはできない。しかし評判効果を表す2期目の留保効用の差$\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B$が十分に大きい場合，$W^G<W^B$であってもAに$\bar{e}$を選ぶ誘因が生じる。期待費用が$pX^2+(1-p)Y^2$（ただし$p>1/2$）という形をしているので，$W^G<W^B$は$W^G>W^B$にくらべPにとっては費用が節約できるという意味で有利である。

参加制約は以下のようになる。

$$\text{IR: } p\,X+(1-p)\,Y-c+(p\bar{U}_2^G+(1-p)\bar{U}_2^B)\geq 2\bar{U}_1 \tag{28}$$

参加制約については，「1期目に契約を結ばなかったときに2期間とも外部機会を利用したときに得られる利得」と考えると，2期目の参加制約は，1期目に契約を結ばなかったときに得られる利得と見なせるので，1期目と同じく$\bar{U}_1$と仮定する。したがって合計$2\bar{U}_1$である。[8] (28)式を整理すると，

$$Y\geq -\frac{p}{1-p}\mathrm{X}+\frac{2\bar{U}_1+\mathrm{c}-(p\bar{U}_2^G+(1-p)\bar{U}_2^B)}{1-p} \tag{29}$$

となる。

$p\bar{U}_2^G+(1-p)\bar{U}_2^B$の大きさが，$\bar{e}$を選んだときの期待評判効果である。これが$\bar{U}_1$に比べて十分にすなわち$2\bar{U}_1+c<(p\bar{U}_2^G+(1-p)\bar{U}_2^B)$を満たすほどに大きい場合，Aは1期目に低い賃金であっても$\bar{e}_1$を選ぼうとする。しかしこれがそれほど大きくない場合は，報酬体系によっては$\bar{e}_1$を選ぶことのメリットは少ない。この問題の解は，以下の命題4としてまとめることができる。[9]

**（命題4）**

**2期間モデルの1期目の契約において，Aが$\bar{e}_1$を選択する分離契約の$X,Y$の値は以下のようになる。**

**[1] $2\bar{U}_1+c-(p\bar{U}_2^G+(1-p)\bar{U}_2^B)>0$の場合**

**(1) $(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1}<0$，すなわち$p<\frac{1}{2}+\frac{c}{\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B}$のとき，誘因制約と参加制約が等号で満たされるので，$X>Y$という解となる。具体的に求めると，**

$$\boldsymbol{X = -\bar{U}_2^G + 2\bar{U}_1 + \frac{c}{2p-1}}$$

$$\boldsymbol{Y = -\bar{U}_2^B + 2\bar{U}_1 - \frac{c}{2p-1}}$$

となる。

**(2) $(\bar{U}_2^G - \bar{U}_2^B) - \frac{2c}{2p-1} > 0$，すなわち$p > \frac{1}{2} + \frac{c}{\bar{U}_2^G - \bar{U}_2^B}$のとき，参加制約のみが等号で満たされるので$X = Y$という解となる。**

$$\boldsymbol{X = Y = 2\bar{U}_1 + c - (p\bar{U}_2^G + (1-p)\bar{U}_2^B)}$$

**である。**

**[2] $2\bar{U}_1 + c - (p\bar{U}_2^G + (1-p)\bar{U}_2^B) < 0$の場合**

**(1) $(\bar{U}_2^G - \bar{U}_2^B) - \frac{2c}{2p-1} < 0$，すなわち$p < \frac{1}{2} + \frac{c}{\bar{U}_2^G - \bar{U}_2^B}$のとき**

**$X > 0, Y = 0$という解となる。具体的にXを求めると，**

$$\boldsymbol{X = -(\bar{U}_2^G - \bar{U}_2^B) + \frac{2c}{2p-1}}$$

**である。**

**(2) $(\bar{U}_2^G - \bar{U}_2^B) - \frac{2}{2p-1} > 0$，すなわち$p > \frac{1}{2} + \frac{c}{\bar{U}_2^G - \bar{U}_2^B}$のとき**
**$X = Y = 0$という解となる。**

**（証明）補論**を参照のこと。

$(\bar{U}_2^G - \bar{U}_2^B) - \frac{2c}{2p-1} < 0$が成立しているとき，誘因制約と参加制約が等号で満たされ，分離契約として求まる。$(\bar{U}_2^G - \bar{U}_2^B) - \frac{2c}{2p-1} > 0$が成立しているとき，参加制約のみが等号で満たされ，参加制約を$X = Y$とおくことで一括契約として求められる。

2節で求めた契約と異なり，2期目の評判効果を考慮に入れると，$\bar{e}_1$を選択させる契約であっても一括契約となる可能性が生じる。$G$が生じる確率が高いとき，留保効用の上昇によって利益を得る可能性が高まる。このとき，2期目の利得を見越した$\bar{e}_1$を選択するメリットが大きいので，Pの立場からすると，分離契約とすることによって$\bar{e}_1$を選択させる必要がなくなる。そのため，参加制約を満たす報酬体系が誘因制約も満たすことになる。

**1期目にAが$\underline{e}_1$を選ぶケース**

Pの目的関数は1期における費用

$$\frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{2}Y^2$$

を最小化することである。誘因制約は，

$$\frac{1}{2}X+\frac{1}{2}Y+\left(\frac{1}{2}\bar{U}_2^G+\frac{1}{2}\bar{U}_2^B\right)\geq pX+(1-p)Y-c+(p\bar{U}_2^G+(1-p)\,\bar{U}_2^B) \tag{30}$$

となる。(30)式は$\bar{e}_1$のケースの不等号の向きを変化させただけであるので，

$$Y\geq X+(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1} \tag{31}$$

参加制約は以下のようになる。

$$\frac{1}{2}X+\frac{1}{2}Y+\left(\frac{1}{2}\bar{U}_2^G+\frac{1}{2}\bar{U}_2^B\right)\geq 2\bar{U}_1 \tag{32}$$

(32)式を整理すると，

$$Y\geq -X+4\bar{U}_1-(\bar{U}_2^G+\bar{U}_2^B) \tag{33}$$

となる。

この問題の解は，命題4と同様に以下の命題5としてまとめることができる。

**（命題5）**

**2期間モデルの1期目の契約において，Aが$\underline{e}_1$を選択する契約の$X,Y$の値は以下のようになる。**

**[1] $4\bar{U}_1-(\bar{U}_2^G+\bar{U}_2^B)>0$の場合**

**(1) $(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1}<0$，すなわち$p<\frac{1}{2}+\frac{c}{\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B}$のとき**

**参加制約のみが等号で満たされるので，$X=Y$という解となる。具体的には，**

$$X=Y=2\bar{U}_1-\frac{\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B}{2}$$

**である。**

**(2) $(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1}>0$，すなわち$p>\frac{1}{2}+\frac{c}{\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B}$のとき**

**誘因制約と参加制約が等号で満たされ$X<Y$という解となる。具体的に求めると，**

$$X=-\bar{U}_2^G+2\bar{U}_1+\frac{c}{2p-1}$$

$$Y=-\bar{U}_2^B+2\bar{U}_1-\frac{c}{2p-1}$$

**となる。**

**[2] $4\bar{U}_1-(\bar{U}_2^G+\bar{U}_2^B)<0$ の場合**

**(1) $(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1}<0$，すなわち $p<\frac{1}{2}+\frac{c}{\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B}$ のとき**
**$X=Y=0$ という解となる。**

**(2) $(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1}>0$，すなわち $p>\frac{1}{2}+\frac{c}{\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B}$ のとき**
**$X=0, Y>0$ という解となる。$Y$ を具体的に求めると，**

$$Y=(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1}$$

**である。**
**（証明）補論**を参照のこと。

命題4とは逆に，$(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1}<0$ のときに，参加制約を $X=Y$ とおいたものとして最適契約は求められる。また $(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)-\frac{2c}{2p-1}>0$ のときに，2つの制約式をゼロとおいた連立方程式として最適契約は求められる。

命題1では，コストのかかる努力である $\bar{e}_1$ をAに選択させる契約は，分離契約であった。つまり報酬に差をつけることによって努力を引き出したのである。また命題2より，$\underline{e}_1$ をAに選択させる契約は，一括契約であった。これに対して命題4, 5では，$\bar{e}_1$ と $\underline{e}_1$ のどちらの場合にも，パラメータの値によって分離，一括契約が存在することが明らかとなった。

とくに注意すべき点は，命題5での分離契約では，$X<Y$，すなわち $W^G<W^B$ が成立する点と言えるだろう。命題5では，命題4と異なり，むしろ $\bar{e}_1$ を選択するインセンティブを抑えることで利得を最大化するインセンティブがPにはあるということである。

以下では，命題4, 5の[1]の場合のみを取り上げることとする。それぞれの[1]が可能となるのは，以下の仮定2が十分条件となる。

**（仮定2）**
**1期目の留保効用 $\bar{U}_1$ と1期目に $G$ が生じたときの2期目の留保効用 $\bar{U}^G$ の間には，以下の関係が成立すると仮定する。**

$$2\bar{U}_1>\bar{U}_2^G$$

これは成果が $G$ のときに留保効用を引き上げる評判効果がそれほど大きくないことを表している。評判効果が大きくなりすぎると，命題4の【2】の(2)や命題5の【2】の(1)のように，1期目にAは無報酬 $(W^G=W^B=0)$ であっても $\bar{e}_1$ を選ぶようになるという極端な状況が生じる。それを避けるために仮定2をおく。

### 3.5　1期目のPの利得

記号の簡略化のために，

$$p_{IC}\equiv\frac{1}{2}+\frac{c}{\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B}$$

$$p_{min} \equiv \frac{\bar{U}_2^B + 1}{2\bar{U}_2^B} = \frac{1}{2} + \frac{c}{2\bar{U}_2^B}$$

とおく。$\bar{U}_2^G - \bar{U}_2^B > 2\bar{U}_2^B$が成立する場合，$p_{IC} < p_{min}$となるから，命題4,5の[1]の(2)のケースのみ成立する。それに対して$p_{IC} > p_{min}$が成立する場合は，(1) $p_{IC} > p > p_{min}$，(2) $1 > p > p_{IC}$，の2つの場合を考察する必要がある。

命題4, 5の結果をふまえて1期目のＰの利得を計算する。利得の表記について，1期目にＡが$\bar{e}_1$を選択する場合の利得を$\bar{\pi}_1^k$，$\underline{e}_1$を選択する場合の利得を$\underline{\pi}_1^k$とおく。ただし，上付き文字$k$には分離契約（separating contract）を表す$s$または一括契約（pooling contract）を表す$p$が入る。

(1)　$p < p_{IC}$のもとで，ＰがＡに対して$\bar{e}_1$を選択する分離契約を提示した場合，

$$\bar{\pi}_1^s = B + (G-B)p - \left[p\left(2\bar{U}_1 - \bar{U}_2^G + \frac{c}{2p-1}\right)^2 + (1-p)\left(2\bar{U}_1 - \bar{U}_2^B - \frac{c}{2p-1}\right)^2\right]$$

(2)　$p < p_{IC}$のもとで，ＰがＡに対して$\underline{e}_1$を選択する一括契約を提示した場合，

$$\underline{\pi}_1^p = \frac{1}{2}(G+B) - \left(2\bar{U}_1 - \frac{\bar{U}_2^G + \bar{U}_2^B}{2}\right)^2$$

(3)　$p > p_{IC}$のもとで，ＰがＡに対して$\bar{e}_1$を選択する一括契約を提示した場合，

$$\bar{\pi}_1^p = B + (G-B)\,p - (2\bar{U}_1 + c - (p\bar{U}_2^G + (1-p)\,\bar{U}_2^B)^2)$$

(4)　$p > p_{IC}$のもとで，ＰがＡに対して$\underline{e}_1$を選択する分離契約を提示した場合，

$$\underline{\pi}_1^s = \frac{1}{2}(G+B) - \frac{1}{2}\left(\left(2\bar{U}_1 - \bar{U}_2^G + \frac{c}{2p-1}\right)^2 + \left(2\bar{U}_1 - \bar{U}_2^B - \frac{c}{2p-1}\right)^2\right)$$

$p < p_{IC}$のもとでは，すなわち(1)(2)では，$\bar{e}_1$を選択させる契約は分離契約で，$\underline{e}_1$を選択させるのは一括契約である。それに対して$p > p_{IC}$のもとでは，すなわち(3)(4)では，$\bar{e}_1$を選択させる契約は一括契約で，$\underline{e}_1$を選択させるのは分離契約である。(1)(2)は今までの議論と同様であるが，(3)(4)については注意が必要である。2期間モデルとなった場合，$p$が十分に大きくなると，$\bar{e}_1$を選択させるために「良い成果が生じたときは高い報酬，悪い成果が生じたときは低い報酬」のような差をつける必要はないというのが(3)である。さらに$\underline{e}_1$を選択させるためには，良い成果が生じたときの報酬を下げる必要があるというのが(4)である。

これらの利得と2期目の利得を組み合わせることにより，Ｐの1期目の意思決定，すなわち「与えられた条件のもとで，Ｐは1期目，2期目にＡに対してどのような契約を提示するか」が決まる。

## 4.　Ｐが提示する最適契約

### 4.1　場合分けの方法

1期目の成果に応じた2期目の利得については，$p$の大きさに応じて2期目にＰが選択する契約が明らかとなっているので，1期目に$\bar{e}_1$を選んだ場合と$\underline{e}_1$を選んだ場合の確率を掛けることで2期目の期待利得を計算することができる。したがって，1期目の意思決定は，1期目の契約ごとに1期

目の利得と2期目の期待利得の和を計算し，比較することで決定できる。

表1は，いままでの分析をふまえた各期の利得を，$p$の大きさによって場合分けしたものである。[10] まず，$p_{min} \leq p < 1$が成立している必要がある。2期目の利得については，$p_G$，$p_B$と$p$の大小関係によって3つに場合分けできる。それが横軸に対応している。1期目の利得については，$p$が$p_{IC}$より

表1 $\boldsymbol{p}$の大きさに関する場合分け

<table>
<tr><td></td><td colspan="2"></td><td>1期目</td><td colspan="2">$p_{min} < p < p_B$</td><td colspan="2">$p_B < p < p_G$</td><td colspan="2">$p_G < p < 1$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">I</td><td rowspan="4">$p_{IC} < p_{min}$</td><td rowspan="2">2期目の利得</td><td>G</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(G)$</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(G)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(G)$</td></tr>
<tr><td>B</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(B)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(B)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(B)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">1期目の契約</td><td colspan="6">$\bar{e}_1$を選択させる契約では$\overline{\pi}_1^p$，<br>$\underline{e}_1$を選択させる契約では$\underline{\pi}_1^s$</td></tr>
<tr><td colspan="2">比較の場合分け</td><td colspan="2">ケース①</td><td colspan="2">ケース②</td><td colspan="2">ケース③</td></tr>
<tr><td rowspan="4">II</td><td rowspan="4">$p_{min} < p_{IC} < p_B$</td><td rowspan="2">2期目の利得</td><td>G</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(G)$</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(G)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(G)$</td></tr>
<tr><td>B</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(B)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(B)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(B)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">1期目の契約</td><td>$\bar{e}_1$を選択させる契約では$\overline{\pi}_1^s$，<br>$\underline{e}_1$を選択させる契約では$\underline{\pi}_1^p$</td><td colspan="5">$\bar{e}_1$を選択させる契約では$\overline{\pi}_1^p$，<br>$\underline{e}_1$を選択させる契約では$\underline{\pi}_1^s$</td></tr>
<tr><td colspan="2">比較の場合分け</td><td>ケース④</td><td>ケース①</td><td colspan="2">ケース②</td><td colspan="2">ケース③</td></tr>
<tr><td rowspan="4">III</td><td rowspan="4">$p_B < p_{IC} < p_G$</td><td rowspan="2">2期目の利得</td><td>G</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(G)$</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(G)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(G)$</td></tr>
<tr><td>B</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(B)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(B)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(B)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">1期目の契約</td><td colspan="3">$\bar{e}_1$を選択させる契約では$\overline{\pi}_1^s$，<br>$\underline{e}_1$を選択させる契約では$\underline{\pi}_1^p$</td><td colspan="3">$\bar{e}_1$を選択させる契約では$\overline{\pi}_1^p$，<br>$\underline{e}_1$を選択させる契約では$\underline{\pi}_1^s$</td></tr>
<tr><td colspan="2">比較の場合分け</td><td colspan="2">ケース④</td><td>ケース⑤</td><td>ケース②</td><td colspan="2">ケース③</td></tr>
<tr><td rowspan="4">IV</td><td rowspan="4">$p_G < p_{IC} < 1$</td><td rowspan="2">2期目の利得</td><td>G</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(G)$</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(G)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(G)$</td></tr>
<tr><td>B</td><td colspan="2">$\underline{\pi}_2(B)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(B)$</td><td colspan="2">$\overline{\pi}_2(B)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">1期目の契約</td><td colspan="5">$\bar{e}_1$を選択させる契約では$\overline{\pi}_1^s$，<br>$\underline{e}_1$を選択させる契約では$\underline{\pi}_1^p$</td><td>$\bar{e}_1$を選択させる契約では$\overline{\pi}_1^p$，<br>$\underline{e}_1$を選択させる契約では$\underline{\pi}_1^s$</td></tr>
<tr><td colspan="2">比較の場合分け</td><td colspan="2">ケース④</td><td colspan="2">ケース⑤</td><td>ケース⑥</td><td>ケース③</td></tr>
</table>

表２　表１や表３で使用する主な記号一覧

| 記号 | 意味 | 記号 | 意味 |
|---|---|---|---|
| $G$ | 良い成果が生じたときの収入 | $\bar{\pi}_1^p$ | １期目に$\bar{e}_1$を選択させる一括契約（pooling contract）のもとでの１期目のＰの期待利得 |
| $B$ | 悪い成果が出じたときの収入 | $\underline{\pi}_1^p$ | １期目に$\underline{e}_1$を選択させる一括契約（pooling contract）のもとでの１期目のＰの期待利得 |
| $\bar{U}_1$ | １期目の留保効用 | $\bar{\pi}_1^s$ | １期目に$\bar{e}_1$を選択させる分離契約（separating contract）のもとでの１期目のＰの期待利得 |
| $\bar{U}_2^G$ | １期目の成果が$G$のときの２期目の留保効用 | $\underline{\pi}_1^s$ | １期目に$\underline{e}_1$を選択させる分離契約（separating contract）のもとでの１期目のＰの期待利得 |
| $\bar{U}_2^B$ | １期目の成果が$B$のときの２期目の留保効用 | $p_{min}$ | $p$の取りうる範囲の下限。 |
| $\bar{e}_t$ | $t$期の高い努力 | $p_{IC}$ | １期目のＡの誘因制約を表す$X-Y$平面上の右上がりの直線の$Y$切片が正になるか負になるかの境界を表す$p$の値 |
| $\underline{e}_t$ | $t$期の低い努力 | $p_G$ | (15)式において$U=\bar{U}_2^G$とおいたときに等号で満たされる$p$の値 |
| $p$ | 高い努力が選ばれたときに，良い成果が生じる確率 | $p_B$ | (15)式において$U=\bar{U}_2^B$とおいたときに等号で満たされる$p$の値 |
| $\bar{\pi}_2(j)$ | １期目の成果が$j$のとき，２期目にＡに$\bar{e}_2$を選択させたときの，２期目のＰの期待利得（$j=G,B$） | | |
| $\underline{\pi}_2(j)$ | １期目の成果が$j$のとき，２期目にＡに$\underline{e}_2$を選択させたときの，２期目のＰの期待利得（$j=G,B$） | | |

も大きいか小さいかによって場合分けできるが，$p_{IC}$と$p_B$，$p_G$との大小関係も考えなければならない。それを表したのが縦方向の場合分けである。

**表1**に基づいて場合分けを行うと，結局大小関係を考えなければならないのは6つのケースであり，具体的に書くと**表3**となる。それぞれのケースについて，1期目の努力水準の2つのケースを計算して大小を比較し，利得の大きい方をPは選ぶ。

6つのケースの意味についてここで考えることにしよう。6つのケースは結局，（1）2期目にPがAに選択させる契約に関する3つの場合分けと，（2）$p$が$p_{IC}$より大きいかどうかに関する2つの場合分け，の組み合わせである。（1）については命題3で説明した。2期目においては評判効果を考える必要がないので，2節の1期間モデルの議論がそのままあてはまり（ただし留保効用が2種類あることに注意），与えられた留保効用水準に対して十分に$p$が大きいときには分離契約によって高い努力を引き出し，小さいときには一括契約を提示すればよい，ということである。

1期目については，評判効果が加わるために2節の1期間モデルを単純にあてはめることはできない。1期間モデルと2期間モデルの$\bar{e}$を選択させるための誘因制約を比べてみよう。

表３　１期目の努力水準と，１期目の利得，２期目の期待利得の組み合わせ

| ケース | １期目の努力水準 | １期目の利得 | ２期目の期待利得 |
|---|---|---|---|
| ① | $\overline{e}_1$ | $\overline{\pi}_1^p$ | $p\underline{\pi}_2(G)+(1-p)\underline{\pi}_2(B)$ |
| | $\underline{e}_1$ | $\underline{\pi}_1^s$ | $\frac{1}{2}\underline{\pi}_2(G)+\frac{1}{2}\underline{\pi}_2(B)$ |
| ② | $\overline{e}_1$ | $\overline{\pi}_1^p$ | $p\underline{\pi}_2(G)+(1-p)\overline{\pi}_2(B)$ |
| | $\underline{e}_1$ | $\underline{\pi}_1^s$ | $\frac{1}{2}\underline{\pi}_2(G)+\frac{1}{2}\overline{\pi}_2(B)$ |
| ③ | $\overline{e}_1$ | $\overline{\pi}_1^p$ | $p\overline{\pi}_2(G)+(1-p)\overline{\pi}_2(B)$ |
| | $\underline{e}_1$ | $\underline{\pi}_1^s$ | $\frac{1}{2}\overline{\pi}_2(G)+\frac{1}{2}\overline{\pi}_2(B)$ |
| ④ | $\overline{e}_1$ | $\overline{\pi}_1^s$ | $p\underline{\pi}_2(G)+(1-p)\underline{\pi}_2(B)$ |
| | $\underline{e}_1$ | $\underline{\pi}_1^p$ | $\frac{1}{2}\underline{\pi}_2(G)+\frac{1}{2}\underline{\pi}_2(B)$ |
| ⑤ | $\overline{e}_1$ | $\overline{\pi}_1^s$ | $p\underline{\pi}_2(G)+(1-p)\overline{\pi}_2(B)$ |
| | $\underline{e}_1$ | $\underline{\pi}_1^p$ | $\frac{1}{2}\underline{\pi}_2(G)+\frac{1}{2}\overline{\pi}_2(B)$ |
| ⑥ | $\overline{e}_1$ | $\overline{\pi}_1^s$ | $p\overline{\pi}_2(G)+(1-p)\overline{\pi}_2(B)$ |
| | $\underline{e}_1$ | $\underline{\pi}_1^p$ | $\frac{1}{2}\overline{\pi}_2(G)+\frac{1}{2}\overline{\pi}_2(B)$ |

$$1\text{期間モデルの誘因制約：}(p-\frac{1}{2})(X-Y)\geq c$$

$$2\text{期間モデルの誘因制約：}(p-\frac{1}{2})(X-Y)\geq c-(p-\frac{1}{2})(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)$$

2期間モデルでは1期目に高い努力を選択することで得られる2期目の評判効果$\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B$があるので，その分費用から差し引かれることになる。それを表すのが$(p-\frac{1}{2})(\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B)$である。その結果，評判効果の大きさや高い努力を選択した際の良い成果が生じる確率$p$の大きさによっては右辺がマイナスのケースすらあり得る。[11) ] $p$について右辺がマイナスになるかどうかの境界値を与えるのが$p_{IC}$である。

3.5項での$p_{IC}$の定義より明らかに，評判効果$\bar{U}_2^G-\bar{U}_2^B$が小さくなる，すなわち$G$，$B$がそれぞれ生じたときの留保効用の差が少なくなると，$p_{IC}$は大きくなり，任意の$p$について$p<p_{IC}$となる。つまりこれは，6つのケースのうち④から⑥が生じやすくなるということである。④から⑥の1期目では，$\bar{e}_1$を選択させるには分離契約，$\underline{e}_1$を選択させるには一括契約という点が選ばれることとも矛盾しない。

①から③のケースでは，1期目に$\bar{e}_1$を選択させるのは一括契約である。それに対して$\underline{e}_1$を選択させるのは，$G$が生じたときの報酬を$B$が生じたときよりも小さくする形で$\bar{e}_1$を選択させにくくするような分離契約である。④から⑥の場合とは反対に，評判効果が大きい場合にこれが生じる。評判効果が大きくなることは$\bar{U}_2^G$の上昇を意味していると考えれば，2期目のAへの報酬の増加を避けるためである。

### 4.2　数値例

それぞれの利得を表す式は複雑なものとなり，一般的な形での計算による比較は困難である。以下では数値例を用いながらどのようなことが言えるかについて考える。6つのケースについて，$G$，$B$，$\bar{U}_2^B$，$\bar{U}_2^G$，$\bar{U}_1$に特定の値を設定することによって考察する。また以下ではすべて$c = 1$とする。

### 表１のⅢに対応する場合（表４）

最初に，$G = 80$，$B = 40$，$\bar{U}_2^B = 3$，$\bar{U}_2^G = 6$，$\bar{U}_1 = 4$の場合を考察する。これは仮定2を満たしてい

表４　各$\boldsymbol{p}$における，契約によって１期目の努力水準を$\bar{\boldsymbol{e}}_1$としたときの利得から$\underline{\boldsymbol{e}}_1$としたときの利得を引いた差（$\boldsymbol{G} = 80$，$\boldsymbol{B} = 40$，$\bar{\boldsymbol{U}}_2^B = 3$，$\bar{\boldsymbol{U}}_2^G = 6$，$\bar{\boldsymbol{U}}_1 = 4$ の場合）

| p | ケース① | ケース② | ケース③ | ケース④ | ケース⑤ | ケース⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.67 | 0.62 | 1.95 | -0.40 | -3.30 | -1.96 | -4.32 |
| 0.68 | 0.54 | 1.71 | -0.54 | -2.51 | -1.34 | -3.59 |
| 0.69 | 0.56 | 1.57 | -0.58 | -1.82 | -0.81 | -2.96 |
| 0.7 | 0.64 | 1.49 | -0.56 | -1.20 | -0.35 | -2.40 |
| 0.71 | 0.78 | 1.47 | -0.48 | -0.64 | 0.05 | -1.90 |
| 0.72 | 0.96 | 1.48 | -0.36 | -0.12 | 0.40 | -1.44 |
| 0.73 | 1.18 | 1.53 | -0.20 | 0.37 | 0.72 | -1.01 |
| 0.74 | 1.42 | 1.60 | -0.02 | 0.82 | 1.00 | -0.62 |
| 0.75 | 1.69 | 1.69 | 0.19 | 1.25 | 1.25 | -0.25 |
| 0.76 | 1.97 | 1.79 | 0.41 | 1.66 | 1.48 | 0.10 |
| 0.77 | 2.27 | 1.90 | 0.65 | 2.06 | 1.69 | 0.44 |
| 0.78 | 2.58 | 2.01 | 0.90 | 2.44 | 1.88 | 0.76 |
| 0.79 | 2.89 | 2.13 | 1.15 | 2.81 | 2.05 | 1.07 |
| 0.8 | 3.22 | 2.25 | 1.42 | 3.17 | 2.21 | 1.37 |
| 0.81 | 3.55 | 2.37 | 1.69 | 3.53 | 2.35 | 1.67 |
| 0.82 | 3.88 | 2.49 | 1.96 | 3.88 | 2.48 | 1.96 |
| 0.83 | 4.22 | 2.60 | 2.24 | 4.22 | 2.60 | 2.24 |
| 0.84 | 4.56 | 2.71 | 2.52 | 4.56 | 2.71 | 2.52 |
| 0.85 | 4.90 | 2.82 | 2.80 | 4.89 | 2.81 | 2.79 |
| 0.86 | 5.25 | 2.92 | 3.09 | 5.23 | 2.90 | 3.07 |
| 0.87 | 5.59 | 3.01 | 3.37 | 5.56 | 2.98 | 3.34 |
| 0.88 | 5.93 | 3.10 | 3.65 | 5.89 | 3.05 | 3.61 |
| 0.89 | 6.28 | 3.18 | 3.94 | 6.21 | 3.11 | 3.87 |
| 0.9 | 6.62 | 3.25 | 4.22 | 6.54 | 3.16 | 4.14 |
| 0.91 | 6.97 | 3.31 | 4.51 | 6.86 | 3.21 | 4.40 |
| 0.92 | 7.31 | 3.37 | 4.79 | 7.18 | 3.24 | 4.66 |
| 0.93 | 7.65 | 3.42 | 5.07 | 7.51 | 3.27 | 4.93 |
| 0.94 | 7.99 | 3.45 | 5.35 | 7.83 | 3.29 | 5.19 |
| 0.95 | 8.33 | 3.48 | 5.63 | 8.15 | 3.30 | 5.45 |
| 0.96 | 8.67 | 3.51 | 5.91 | 8.47 | 3.31 | 5.71 |
| 0.97 | 9.00 | 3.52 | 6.18 | 8.79 | 3.31 | 5.97 |
| 0.98 | 9.34 | 3.52 | 6.46 | 9.11 | 3.29 | 6.23 |
| 0.99 | 9.67 | 3.52 | 6.73 | 9.43 | 3.28 | 6.49 |
| 1 | 10.00 | 3.50 | 7.00 | 9.75 | 3.25 | 6.75 |

る。これらの値に基づくと，$p_{min} = 0.67$, $p_{IC} = 0.83$, $p_B = 0.75$, $p_G = 0.85$が導ける。これに基づいて，**表3**のケース①から⑥までについて，各努力水準における1期目の利得と2期目の期待利得を計算し，その差を求めたのが**表4**である。2つの差は，$\bar{e}_1$を選んだときの利得から，$\underline{e}_1$を選んだときの利得を引いたものなので，値がプラスであれば$\bar{e}_1$を選ぶことが望ましく，マイナスであれば$\underline{e}_1$を選ぶことのほうが望ましい。

**表4**には6つの列があるが，各$p$の値に対応してひとつのケースがあてはまる。たとえばこのケースでは$p_{min} < p_B < p_{IC} < p_G$となっているので，これは**表1**のIIIの場合である。IIIでは，**表4**の太枠で囲んであるとおり，$0.65 < p < 0.70$のときケース④，$0.70 < p < 0.75$ではケース⑤，$0.75 < p < 0.81$ではケース②，$0.81 < p \leq 1$ではケース③があてはまる。たとえば$p = 0.67$とすると，ケース④があてはまるので，そのとき全体の値はマイナスになる。これは，Pにとって1期目には$\underline{e}_1$を選択させる契約を選ぶことを示している。この数値例では，$p > 0.73$ではすべて$\bar{e}_1$を選択させる契約を選ぶことがPにとっては最適である。

評判効果がないときとの比較のために，2期目での利得を考慮に入れず，1期目のみを考慮する場合のPの意思決定について考えてみよう。(15)式について$U = 4$を満たす$p$を求めると，$p = 0.78$となる。0.78以上の$p$では$\bar{e}_1$を選択させる契約を選び，逆の場合には$\underline{e}_1$を選択させる契約を選ぶと考えられる。

**表4**で，$p = 0.78$を網掛けした。$p = 0.78$はケース⑤にあてはまり，$0.73 < p < 0.78$では1期間モデルでは$\underline{e}_1$を選択させる契約を提示するが，2期間の場合には$\bar{e}_1$を選択させる契約を提示することとなる。その理由は，ケース⑤の2期目の利得

$$p\underline{\pi}_2(G) + (1-p)\bar{\pi}_2(B)$$

から推察できる。$\bar{\pi}_2(B)$は，留保効用が$\bar{U}_2^B$のもとでAに$\bar{e}_1$を選択させる契約から得られる利得を表している。低い留保効用は報酬が低いことを意味するからPの利得は大きくなる。したがって，$0.73 < p < 0.78$のように$G$が生じる確率があまり大きくない場合には，1期目に$G$が生じる確率が上昇することの1期目の利益と2期目の負担増を考えた場合，利益のほうが大きくなる。

**表1のIIに対応する場合（表5）**

続いて，$G = 70$, $B = 40$, $\bar{U}_2^B = 3$, $\bar{U}_2^G = 6.5$, $\bar{U} = 4$の場合を考察する。これは仮定2を満たしている。これらの値に基づくと，$p_{min} = 0.67$，$p_{IC} = 0.79$，$p_B = 0.80$，$p_G = 0.97$が導ける。前と同様に差を求めたのが**表5**である。この場合は$p_{min} < p_{IC} < p_B < p_G$となっているので，これは**表1**のIIの場合である。IIでは，**表5**の太枠で示したように，$0.67 < p < 0.79$のときケース④，$0.79 < p < 0.80$ではケース①，$0.80 < p < 0.97$ではケース②，$0.81 < p \leq 1$ではケース③があてはまる。この数値例では，すべてのケースで1期目に$\underline{e}_1$を選択させる契約を選ぶ。

前と同様に，1期目のみを考慮する場合のPの意思決定について考えてみよう。(15)式について$U = 4$を満たす$p$を求めると，$p = 0.84$となる。$p > 0.84$では$\bar{e}_1$を選択させる契約を選ぶことになるが，2期間を考慮に入れるPは，そのような場合にも$\underline{e}_1$を選択させることになる。

すでに述べているように，1期目に$\bar{e}_1$を選択させる契約を結ぶことは，2期目の留保効用を引きあげるというコストを生じる。**表4**の例と比較すると，$G$が小さくなり，かつ$\bar{U}_2^G$が大きくなっているので，$G$が生じることのメリットが低下している。このケースでは，その影響を反映して$p$が十分に大きい場合であっても，2期間モデルでは$\bar{e}_1$を選択させる契約を選ぶことはない。

表５　各 $p$ における，契約によって１期目の努力水準を $\bar{e}_1$ としたときの利得から $\underline{e}_1$ としたときの利得を引いた差（$G$ = 70, $B$ = 40, $\bar{U}_2^B$ = 3, $\bar{U}_2^G$ = 6.5, $\bar{U}_1$ = 4 の場合）

| p | ケース① | ケース② | ケース③ | ケース④ | ケース⑤ | ケース⑥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.67 | -1.93 | -0.31 | -3.12 | -4.60 | -2.98 | -5.79 |
| 0.68 | -2.07 | -0.57 | -3.33 | -4.05 | -2.55 | -5.31 |
| 0.69 | -2.13 | -0.76 | -3.46 | -3.57 | -2.20 | -4.90 |
| 0.7 | -2.13 | -0.88 | -3.53 | -3.16 | -1.91 | -4.56 |
| 0.71 | -2.08 | -0.95 | -3.55 | -2.80 | -1.68 | -4.27 |
| 0.72 | -1.99 | -0.99 | -3.53 | -2.48 | -1.48 | -4.02 |
| 0.73 | -1.87 | -0.99 | -3.48 | -2.19 | -1.31 | -3.80 |
| 0.74 | -1.73 | -0.98 | -3.41 | -1.93 | -1.18 | -3.61 |
| 0.75 | -1.58 | -0.95 | -3.33 | -1.69 | -1.06 | -3.44 |
| 0.76 | -1.41 | -0.91 | -3.23 | -1.46 | -0.97 | -3.28 |
| 0.77 | -1.23 | -0.87 | -3.12 | -1.25 | -0.89 | -3.14 |
| 0.78 | -1.04 | -0.82 | -3.00 | -1.04 | -0.82 | -3.00 |
| 0.79 | -0.84 | -0.77 | -2.87 | -0.85 | -0.77 | -2.88 |
| 0.8 | -0.65 | -0.71 | -2.75 | -0.66 | -0.72 | -2.76 |
| 0.81 | -0.44 | -0.66 | -2.61 | -0.47 | -0.69 | -2.64 |
| 0.82 | -0.24 | -0.61 | -2.48 | -0.30 | -0.67 | -2.54 |
| 0.83 | -0.03 | -0.56 | -2.34 | -0.12 | -0.65 | -2.43 |
| 0.84 | 0.17 | -0.52 | -2.21 | 0.05 | -0.64 | -2.33 |
| 0.85 | 0.38 | -0.48 | -2.07 | 0.22 | -0.64 | -2.23 |
| 0.86 | 0.58 | -0.45 | -1.94 | 0.39 | -0.64 | -2.13 |
| 0.87 | 0.79 | -0.42 | -1.80 | 0.56 | -0.66 | -2.03 |
| 0.88 | 0.99 | -0.40 | -1.67 | 0.72 | -0.67 | -1.94 |
| 0.89 | 1.19 | -0.39 | -1.54 | 0.89 | -0.70 | -1.84 |
| 0.9 | 1.39 | -0.39 | -1.41 | 1.05 | -0.72 | -1.75 |
| 0.91 | 1.59 | -0.39 | -1.28 | 1.21 | -0.76 | -1.66 |
| 0.92 | 1.78 | -0.39 | -1.16 | 1.38 | -0.80 | -1.56 |
| 0.93 | 1.97 | -0.41 | -1.04 | 1.54 | -0.85 | -1.47 |
| 0.94 | 2.16 | -0.43 | -0.92 | 1.70 | -0.90 | -1.38 |
| 0.95 | 2.35 | -0.47 | -0.80 | 1.87 | -0.95 | -1.28 |
| 0.96 | 2.54 | -0.51 | -0.68 | 2.03 | -1.01 | -1.19 |
| 0.97 | 2.72 | -0.56 | -0.57 | 2.19 | -1.08 | -1.10 |
| 0.98 | 2.90 | -0.61 | -0.46 | 2.36 | -1.15 | -1.00 |
| 0.99 | 3.08 | -0.68 | -0.35 | 2.52 | -1.23 | -0.91 |
| 1 | 3.25 | -0.75 | -0.25 | 2.69 | -1.31 | -0.81 |

### 4.3　分析結果からわかること

表１のⅠの場合やⅣの場合についてはここでは取り上げないが，同様に数値例を考えることができる。いずれにしろ，与えられたパラメータのもので，高い努力水準を選択したときの成功確率である $p$ の大きさに依存してＰの選択は変化しうる。

1期間モデルの場合には，高い努力水準を選択することは良い成果が生じる可能性が高まるので，その点ではＰにとってメリットがある。しかしそのインセンティブを引き出すコストがあまりにも大きくなるのであれば，分離契約を避け，一括契約を選ぶ。しかし2期間モデルとなると，留保効用の変化という評判効果による2期目の利得への影響を考慮に入れてＰはインセンティブ契約

を構築する。その結果，1期間の場合には高い努力を求める契約が望ましいが2期間の場合には低い努力を求める契約を選ぶケースや，1期間の場合には低い努力を求める場合に2期間では高い努力を求める契約を提示するケースがありうるということが明らかとなった。

## おわりに

本稿では，2期間のモラルハザードを仮定したインセンティブ契約について，数値例を中心として考察した。2期目の留保効用が，1期目の成果の良し悪しに依存して変動するという仮定のもとでは，1期目の最適契約の誘因制約や参加制約が変化するために，報酬体系が1期間の場合とは異なるという結論を得た。

「良い成果を出せば次期に高く評価され，悪い成果を出せば低い評価を受ける」という点は直観的にはもっともらしく，現実にも数多く観察されるだろう。これをMailath and Samuelson（2006）第III部で紹介されているような伝統的な評判モデルの手法と結びつけるのであれば，能力に関する情報の非対称性をモデルに取り入れ，「良い成果を出せるAは能力が高いと推測され，それを積み重ねると評価が高まる」という評判メカニズムを取り入れたほうが深い分析ができる。実際，Holmström（1999）ではモラルハザードと逆選択を結び付けた分析が行われている。それに対して本稿は，情報の非対称性をモラルハザードに絞ったシンプルなモデルに基づき，評判メカニズムを取り入れる代わりにパラメータを具体的に設定しながら様々な可能性を探るモデルを提示したという点に意義があると言える。モデルがシンプルであることから，評判モデルとの関連をより一層研究できる拡張も容易であると推測できるが，その点は今後の課題である。

現実の経済問題を考えたときに，経営者が労働者に対して利益につながる努力を抑えることがあるだろうかという点は疑問に思えるかもしれない。しかし，労働者の努力のうち，雇っている企業の利益に結び付くのがごく一部であり，むしろ転職市場での労働者の価値を高めることに結びつくのであれば，新たな労働者を雇うコストが負担になるような中小企業の場合，転職を防ぐために非効率的な業務を割り当てることも合理的になりうるのではないか。この点について分析することも，将来的な課題である。

## 補論：命題1, 2と命題4, 5の直観的な証明

命題1, 2と命題4, 5はすべて不等式制約のもとでの最適化問題であるから，クーン・タッカー条件に基づいて機械的に解くことで結果が得られるが，ここでは図を用いてその意味を説明することとする。

まず，PがAに高い努力水準$\bar{e}$を選択させるという制約のもとでの目的関数$pX^2 + (1-p)Y^2$の切片の傾きを$dY/dX$とおくと，

$$\frac{dY}{dX} = -\frac{p}{1-p}\frac{X}{Y}$$

となる。$X = Y$のとき，(72)式は命題1や命題4の参加制約を表す(4)式や(44)式の傾きと一致する。このことは，低い努力水準$\underline{e}$を選択させる場合の目的関数$\frac{1}{2}(X^2 + Y^2)$の場合にも当てはまる。つまり，命題1, 2と4, 5において，原点をとおる直線$Y = X$上において，目的関数を表す円または楕円と参加制約を表す右下がりの直線は接するのである。

**命題1, 2の証明**

**図3**には，命題1の制約条件を満たすX,Yの領域を色付けしてある。誘因制約のY切片がマイナスである限り，目的関数の値が最小になるのは，2つの制約条件を表す直線の交点である。これが命題1の解である。

これに対して**図4**では，命題2の制約条件を満たす$X, Y$の領域は図のような領域となる。誘因制約の$Y$切片がマイナスであるので，目的関数の値が最小になるのは，目的関数を表す円と参加制約の直線が接する$Y = X$をみたす直線上である。これが命題2の解である。（命題1, 2の証明終）

**命題4の証明**

命題4については，参加制約を表すグラフのY切片がプラスになる場合（**図5**(a)(b)）とマイナ

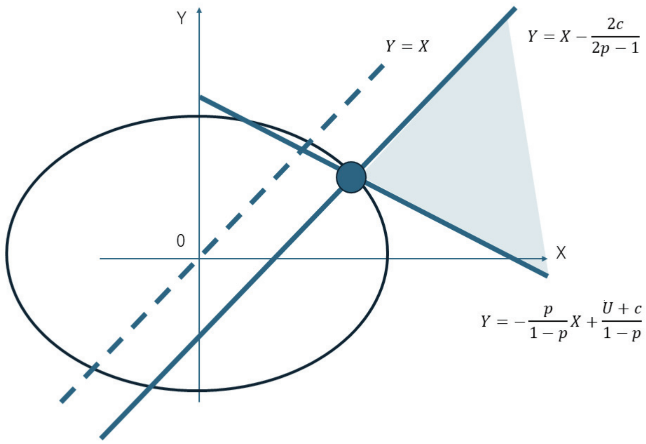



図３　命題１の誘因制約，参加制約と目的関数の関係

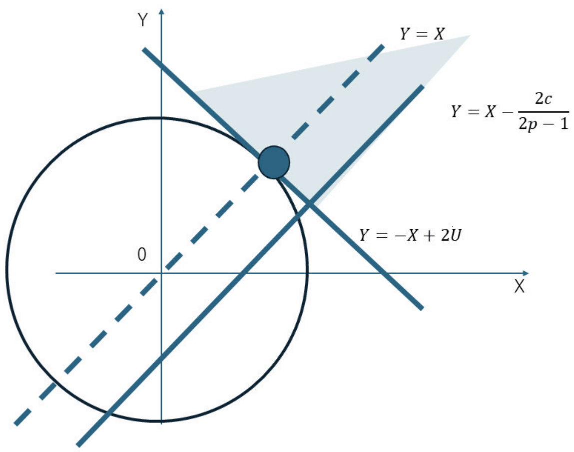
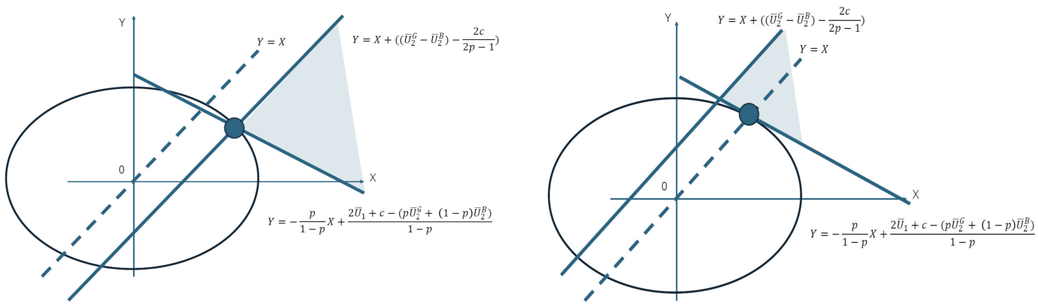



図４　命題２の誘因制約，参加制約と目的関数の関係

スになる場合（図6(a)(b)）に分けられる。図5(a) は命題1と本質的には同じであるので，命題1と同じく分離契約が解となる。図5(b) では，$X = Y$上で参加制約が目的関数の楕円に接する点が解となるので，一括契約となる。図6については，参加制約のY切片がマイナスになることで$Y$については$Y \geq 0$のみが制約になるということとなり，その制約のもとでは，(a) では目的関数との交点が解となり，(b) では原点を含むので，$X = Y = 0$が解となる（命題4の証明終）。

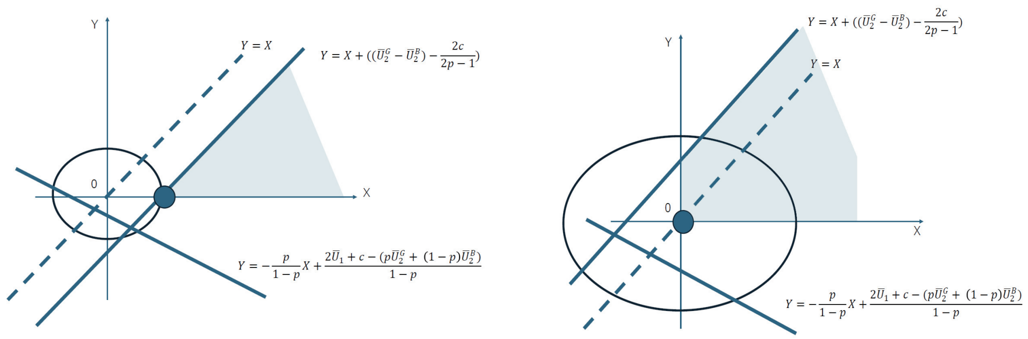
**命題5の証明**

命題5についても，参加制約を表すグラフのY切片がプラスになる場合（図7(a)(b)）とマイナスになる場合（図8(a)(b)）に分けられる。図7(a) は命題2と本質的には同じであるので，命題2と同じく一括契約が解となる。図7(b) では，$X = Y$上の点は誘因制約を満たさないので，誘因制約と参加制約の両方を満たす点が解となる。この点では$Y > X$という分離均衡となる。図8については，図6と同様に参加制約のY切片がマイナスになることで$Y$については$Y \geq 0$のみが制約になる。その制約のもとでは，(a) では，制約条件を満たす$(X, Y)$に原点が含まれるのでそれが解となり，(b) では誘因制約のY切片が解となる（命題5の証明終）。



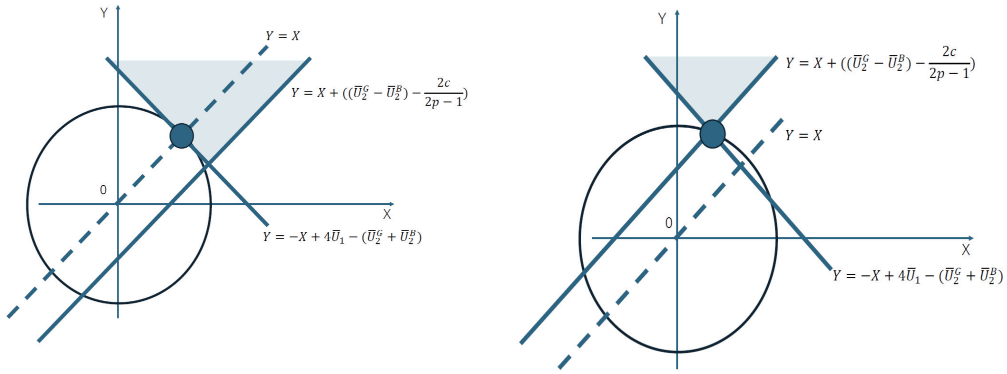

(a) IC の Y 切片がマイナス　　(b) IC の Y 切片がプラス

図５　命題４の [1] のケース（参加制約の Y 切片がプラスのケース）



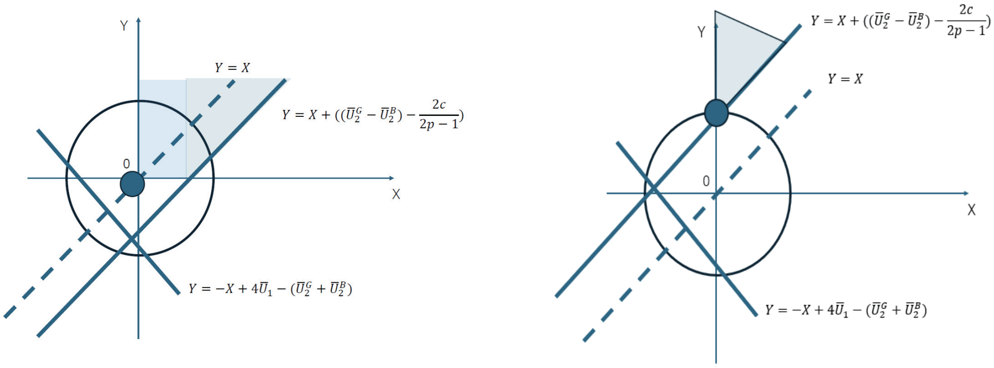

(a) IC の Y 切片がマイナス　　(b) IC の Y 切片がプラス

図６　命題４の [2] のケース（参加制約の Y 切片がマイナスのケース）




(a) IC の Y 切片がマイナス　　(b) IC の Y 切片がプラス

図７　命題５の [1] のケース（参加制約の Y 切片がプラスのケース）




(a) IC の Y 切片がマイナス　　(b) IC の Y 切片がプラス

図８　命題５の [2] のケース（参加制約の Y 切片がマイナスのケース）

**謝　辞**

本稿作成にあたり，2名の査読者の方々から極めて有意義なコメントと改善点の指摘をいただいた。ここに記して深く感謝申し上げる。なお，言うまでもなく，本稿に残る誤りはすべて著者の責任である。

**注**

1）本稿ではコミットメントの問題は考えない。各期の開始時点において，プリンシパルとエージェントの双方にとって誘因整合的なものだけに注目する。
2）以下のモデル（とくに1期間）は鈴木（2021）で紹介されているものを参考にした。
3）2期間モデルの場合は各期の $W^i$ である。
4）この図については，査読者の一人から貴重な示唆を得た。謝して記す。
5）本来このような評判効果を考えるには，通常の評判モデルにあるようなプレイヤーの能力に関する情報の非対称性や，それをアップデートするメカニズムを考える必要がある。その点に関する詳細な議論は

省略し，今後の課題とする。
6）以下の議論では，各期の努力水準について，時間を表す$e_t$という表現を用いる（$t = 1, 2$）。
7）$\bar{U}_2^G > \bar{U}_2^B$より，$\bar{U}_2^B - \frac{c}{2p-1} \geq 0$が満たされれば，$\bar{U}_2^G - \frac{c}{2p-1} \geq 0$も満たされる。
8）これはBolton and Dewatripont（2005）でも同じ仮定をしている。
9）命題4, 5では，$X$, $Y$だけを求める。$W^G$, $W^B$については，それぞれを二乗すれば明らかである。
10）**表１**や**表３**で使用する記号がやや複雑になるので，使用している主な記号を**表２**にまとめた。
11）これが**図５**から**図８**の (b) に対応する。

## 参考文献


Bolton, P. and M. Dewatripont (2005) *Contract Theory*, MIT Press Books, The MIT Press.

Freixas, X., R. Guesnerie, and J. Tirole (1985) Planning under Incomplete under incomplete Information and the Ratchet Effect. *The Review of Economic Studies*, 52, 173–191.

Harris, M., and Holmström, B. (1982) A theory of wage dynamics. *The Review of Economic Studies*, 49, 315–333.

Holmström, B. (1999) Managerial incentive problems: A dynamic perspective. *The Review of Economic Studies*, 66, 169–182.

Krasikov, I. and R. Lambab (2021) A theory of dynamic contracting with financial constraints. *Journal of Economic Theory*, 105196.

Krähmer, D., and Strausz, R. (2024) Dynamic screening with liquidity constraints. *Economic Theory*, 79, 1421–1453.

Laffont, J. and J. Tirole (1988) The Dynamics of Incentive Contracts. *Econometrica*, 56, 1153–1175.

Laffont, J. and D. Martimort (2002) *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model*. Princeton University Press.

Mailath, G. and L. Samuelson (2006) *Repeated Games and Reputations: Long-Run Relationships*. MIT Press Books, The MIT Press.

Martimort, D. and L.A. Stole (2022) Participation constraints in discontinuous adverse selection. *Theoretical Economics*, 17, 1145–1181.

McClellan, R. (2024) Dynamic outside options and optimal negotiation strategies. *American Economic Review*, 114, 3284–3313.

鈴木　豊（2021）『完全理解　ゲーム理論・契約理論（第2版）』勁草書房.