

地域金融機関の役割
——完全ベイジアン均衡による分析——

古 川 徹 也

東京国際大学論叢 経済学研究 第5号 抜刷
2021年（令和3年）3月20日

地域金融機関の役割

——完全ベイジアン均衡による分析——

古 川 徹 也

要 旨

本稿では、銀行と企業との間の2期間の展開型ゲームを用いて、銀行の融資行動が評判効果によってどのような影響を受けるかについて、完全ベイジアン均衡を求めることで分析する。分析の結果、銀行の外部機会に関する情報の非対称性が存在するとき、それがないときとは異なる融資行動が均衡として得られることが示された。このことは、地域金融機関と顧客企業との間の長期的な関係を分析する上で役に立つ可能性がある。

キーワード：地域金融機関，評判モデル，完全ベイジアン均衡

A Role of Regional Financial Institutions

— An Analysis with Perfect Bayesian Equilibrium —

FURUKAWA, Tetsuya

Abstract

In this paper, I analyze a two-period extensive form game between a bank with or without outside profitable opportunity and firms. Assuming several parameter conditions, there are perfect Bayesian equilibria in which both types of the bank continue to lend money to the firm in the first period even though there are more profitable opportunities than lending money to it. This result indicates that the existence of regional financial institutions would play an important role to maintain long-term relationships with their client firms.

目 次

序論

1. モデル
 - 1.1 段階ゲーム
 - 1.2 2期間分析
2. 完全ベイジアン均衡
3. 各期の企業, 銀行の戦略
 - 3.1 第2期の銀行の戦略
 - 3.2 第2期の企業の戦略
 - 3.3 第1期の銀行の戦略
4. 完全ベイジアン均衡と解釈
 - 4.1 銀行が融資を続ける完全ベイジアン均衡
 - 4.2 均衡利得について

結論

序 論

地域金融機関の経営が話題となっている。2020年9月に発足した菅内閣では、菅首相や麻生財務相などから地方銀行の再編への言及がなされた。長引く地方の景気低迷や人口減少、ゼロ金利などで地域金融機関の経営環境が変化しているなか、地域単位の金融機関が多すぎるので、統合によって整理すべきであるという主張がなされている。

しかし、地方の経済環境が変化したとはいえ、それ以前にはメガバンク（古い言い方をすれば都市銀行）と地方銀行や信用金庫などの地域金融機関の両者が存続してきたのには、それなりの理由があると考えられる。もちろんそれには様々なものが考えられるだろうが、本稿では、地域金融機関の顧客（ここでは貸出先企業）へのコミットメントの能力としてとらえることとする。つまり、全国展開するようなメガバンクは全国あるいは全世界的に様々な利益を生み出す融資先の可能性を地域金融機関よりも容易に見出すことができるのに対して、地域金融機関はそれが展開する地域に集中するために、その地域の企業と利害関係が一致、極端な言い方をすれば運命共同体的な状況が生じやすい。そのことが、貸し出しを受ける企業の側からも継続した関係を続けられるという信頼につながり、金融機関と企業の双方の利益につながる可能性が存在すると考えられる。

本稿は地域金融機関の存在意義について、以下の特徴を持つ融資対象の企業と銀行¹⁾をプレイヤーとする2期間ゲームとして考える。各期は企業を先手、銀行を後手とする展開型ゲームとして表され、企業は期間ごとにプレイヤーが異なる短期的プレイヤー、銀行は2期間とも同一のものであり、2期間の利得の合計を最大化するプレイヤーとみなす。また各期の展開型ゲームは数値（利得）をかなり特定化する。さらに、銀行のタイプに関する情報の非対称性をモデルに導入し、完全ベイジアン均衡概念を用いて分析することとする。

モデルの特徴は以下の3つである。第1に、銀行のタイプの違いを外部機会で見られる利得の大きさとして表現する点である。銀行には「外部機会の利益が十分に大きいタイプ」と「外部機会の利益があまり大きくないタイプ」の2つを考える。地域金融機関の場合、後者である確率が高いのに対して、メガバンクはすでに述べた理由で前者である確率が高いと言えるだろう。地域金

融機関が地域と密着し、外部機会が少ないのに対して、全国あるいは広域展開するメガバンクは、外部機会が豊富なため、目の前の取引先への融資よりも外部機会を優先する可能性がある。このような可能性が、大きな利益を生み出す積極的な投資を企業が行うことを妨げ、積極的な投資に比べ非効率的な消極的な投資へと向かわせる。

しかしながら、「メガバンク＝外部機会の利益が目の前の企業から得られる利益よりも大きい」「地域金融機関＝外部機会の利益が目の前の企業から得られる利益よりも小さい」とは限らない。地方にも優良企業はたくさんあるので、様々な要素を考えれば、その地域で事業展開するメガバンクにとっても外部機会を利用するよりも目の前の企業への融資を続けることのほうが利益になる可能性は十分にある。

以上の点をふまえて、第2の特徴、すなわち外部機会の存在に情報の非対称性を導入した。「メガバンクか地方銀行か」について情報の非対称性を導入することは意味がない。誰が見てもわかるからである。しかしながら、「外部機会での利得のほうが高くなるかどうか」については、常に観察できるとは限らないので、「外部機会での利得のほうが高いタイプ」と「低いタイプ」の2つのタイプを考え、それに関する主観的な確率（信念）を導入した。²⁾ 情報の非対称性を含むゲームを考えるために、均衡概念としては完全ベイジアン均衡を考えることとした。

第3の特徴は、銀行の融資へのコミットメントの問題を考えるために、2期間モデル（同じゲームの木を2回繰り返す）を考えた点である。本稿では、銀行がどれだけ地域密着型として、長期的な関係を築こうとしているかどうかを考察するので、企業は短期プレイヤーとして考えるが、銀行は2期間にわたり意思決定を行うプレイヤーとしてとらえる。「長期」の関係をとらえるのに2期間で考えることは不十分ではないかという印象を与えるかもしれないが、1期間を2期間とするだけでも結論が変わることからも、ひとつの拡張となっていると言える。

完全ベイジアン均衡の分析から、以下2つの結論を得た。第1に、外部機会のある銀行とない銀行がそれぞれ異なる行動をとるという均衡は存在しないということである。2つのタイプの銀行の間で行動が異なる場合、第2期の企業には第1期の銀行のタイプ、すなわち外部機会があるかどうか均衡では正確に予測できてしまうため、長期的な利益を最大化しようとする銀行は自らにとって有利となる企業の行動を2期目に引き出せない可能性があることが、銀行の行動に影響を与えることがわかる。第2に、「同じ行動をとる」と言っても、「外部機会がある場合もない場合も第1期に融資を行う」と「どちらの場合も第1期に融資を行わない」のいずれもあり得るということである。同じ行動をとるのは第2期の企業の信念への影響を考慮に入れたものであるが、融資を行わない可能性は第1期の企業の意思決定に影響を与え、企業の積極的な経済活動を妨げる可能性がある。

金融の問題をゲーム理論的な手法で扱う研究は様々なものがあるが、本稿のモデルは比較的金融契約の理論の分野に近いといえる（Bolton, P. and M. Dewatripont (2004)）。しかし、地域金融機関と全国展開銀行、すなわち外部機会とコミットメントの関係としてとらえた研究は、筆者の知る限り存在しない。

また本稿のアプローチは、Kreps *et al.* (1982) を嚆矢とする評判モデルの手法を用いている。3情報の非対称性が存在する環境で、情報を得ていないプレイヤーの信念に情報を持つ側のプレイヤーの行動が影響を与える場合、情報を持つ側のプレイヤーは、その点を考慮に入れて行動する。その結果、各段階ゲーム (stage game) を1回限りプレイする場合には生じない行動がくり返しゲームの均衡ではあり得るということが示される。

評判モデルは、Fudenberg and Levine (1989) 以降利得の範囲を示すことで均衡の性質を調べる

ことが多いが、本稿はKreps *et al.* (1982) のように、具体的に均衡戦略を求めることで、それぞれのプレイヤーがどのような選択を行っているかを明らかにする。複雑なゲームではこの手法を利用することはできないが、本稿のような簡単なモデルではこちらのアプローチが可能で、その分「何が起きているか」を詳しく知ることができる。

以下の1節ではモデルを説明し、2節で完全ベイジアン均衡を定義する。3節では各期におけるプレイヤーの戦略を求める。3節の分析結果に基づき、4節では完全ベイジアン均衡を求め、その解釈を示す。最後に結論として今後の課題を述べる。

1. モデル

1.1 段階ゲーム

銀行と、融資の対象となる企業との2期間ゲーム（第1期、第2期）を考える。銀行は2期間通じて同一で、以下の段階ゲームを2回繰り返し、2期間の利得の和の最大化を目指す。企業は第1期と第2期で異なり、それぞれ段階ゲームを1回ずつプレイする。各期の段階ゲームは以下の展開型ゲームで表される。

企業は、消極的 (inactive) な投資を行う（これをIで表す）か、積極的な (active) 投資を行う（これをAで表す）かを選択する。消極的な投資にはリスクがなく、銀行側もとくに融資に慎重になることはないので常に融資を行うと考えられる。これを1つの基準とするために、企業がIを選んだ場合の両者の利得をともに1とおく。⁴⁾ 積極的な投資とは、新しい機械設備の導入や工場建設のようなものをイメージしている。これには銀行による継続的な支援が必要であるとする。

これに対して企業が積極的な投資を行った場合、銀行はずっと融資を続ける (continue, Cで表す) か、融資を打ち切る (stop, Sで表す) かを選択する。これは事業拡大のための融資とも考えられる。銀行は、積極的な投資を行うところまでは面倒を見るが、その後融資を続けるかどうかは、融資を続けた場合の銀行の利得である2と、銀行にとっての外部機会の期待利得 X の大きさに依存すると考える。もし銀行の外部機会から得る潜在的な利益が小さいならば ($X < 2$)、銀行にとっては外部機会を利用するよりも目の前の企業に融資を続けるほうが利得は大きく、外部機会から得る利益が大きいならば ($X > 2$)、銀行にとって融資を続けることは機会費用が大きいので、融資を打ち切り、外部機会の利得 X を得ようとするインセンティブがある。

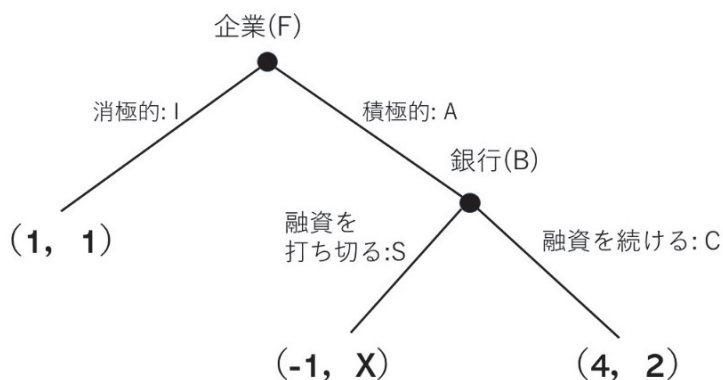


図1

銀行が全国展開する都市銀行であるような場合、様々な地域にアンテナを張り巡らしているため、 X が大きくなる可能性が大きいと企業側から見なされるだろう。逆に地域密着型金融機関では、外部機会が少ないため X が小さくなる可能性が大きいと見いだせるだろう。

企業の側からすると、積極的な投資を行ったのちに銀行が融資を続けるのであれば4の利得を得て、これは消極的な投資を行う場合よりも大きな利得を得ることができるが、銀行が融資を続けない場合、利得は-1となり、損失となる。したがって、銀行の合理的な行動によって融資を打ち切ることが予想されるのであれば積極的な投資に二の足を踏み、消極的な態度へとつながる。逆に X が小さい場合、銀行は1期間の観点からでも融資を続けることにコミットすることができるので、企業も積極的な態度で臨むこととなる。

X の値は1期目の期初に確定し、2期間を通じて変わらないとする。⁵⁾つまり、銀行の外部機会の大きさは期初に確定すると考える。 X の大きさは \bar{X} と X の2つの可能性があり、その大きさについて

$$1 < X < 2 < \bar{X}$$

を仮定する。⁶⁾段階ゲームに限れば、 $X = X$ のとき銀行は「融資を続ける」を選ぶ誘因があるが、 $X = \bar{X}$ のとき、1期間に限れば銀行には「融資を続けない」を選ぶ誘因がある。 X がどちらの値であるかは、銀行自身にはわかるが、企業側にはそれぞれがどのような確率で生じるかしかわからないとする。つまり銀行が外部機会を十分にもつ銀行かそうでないかについて企業には観察できず、単にそれに関する予測（信念）を持つものとする。

以上のゲームの構造は、各企業と銀行の間で共有知識であるとする。

1.2 2期間分析

1.1で説明した段階ゲームを2回繰り返す（各回を第1期、第2期と呼ぶ）。ここで各期の企業は、 X の値はわからない。また第2期の企業は、第1期の企業と銀行がどのような選択を行ったのかわかるとする。⁷⁾

これらを展開型ゲームに表すと、図2となる。⁸⁾まず、不完備情報ゲームの手法で通常用いられるように、「自然」と名付けたプレイヤーによって X の大きさが決まる。 X が X である確率を外生的に π_1 、 \bar{X} である確率を $1 - \pi_1$ とおく（ $0 \leq \pi_1 \leq 1$ ）。 X の大きさは銀行にはわかるが、第1期、第2期の企業にはわからない。しかしどちらの企業も、 X には X と \bar{X} の2つの可能性があり、それぞれが生じる確率（ π_1 と $1 - \pi_1$ ）は知っているとする。

自然の選択に続いて、第1期の企業が積極的な投資を行うか（すなわちAを選ぶか）消極的な投資を行うか（すなわちIを選ぶか）を決める。第1期の企業は X の大きさがわからないので、「 \bar{X} に対する第1期の企業の意思決定節」と「 X に対する第1期の企業の意思決定節」は情報集合で結ばれる。この情報集合をF1と名付ける。以下では、「第1期の企業の意思決定」を「F1での企業の意思決定」と表現する。第1期の企業の前には意思決定を行うプレイヤーはいないので、第1期の企業の情報集合F1における信念は、自然が銀行のタイプを選ぶ確率と等しくなっている。

図1にあるとおり、F1で企業が消極的な投資（I）を選んだ場合、第1期の利得が確定し、第2期に移る。積極的な投資を行った場合は、第1期の銀行の意思決定となり、「融資を続ける（C）」か「融資を打ち切る（S）」かを決め、この段階で第1期の企業の利得と第1期の銀行の利得が確定する。

図2において、自然が X を選んだ場合の第1期の銀行の意思決定節をB11、 \bar{X} を選んだ場合の意

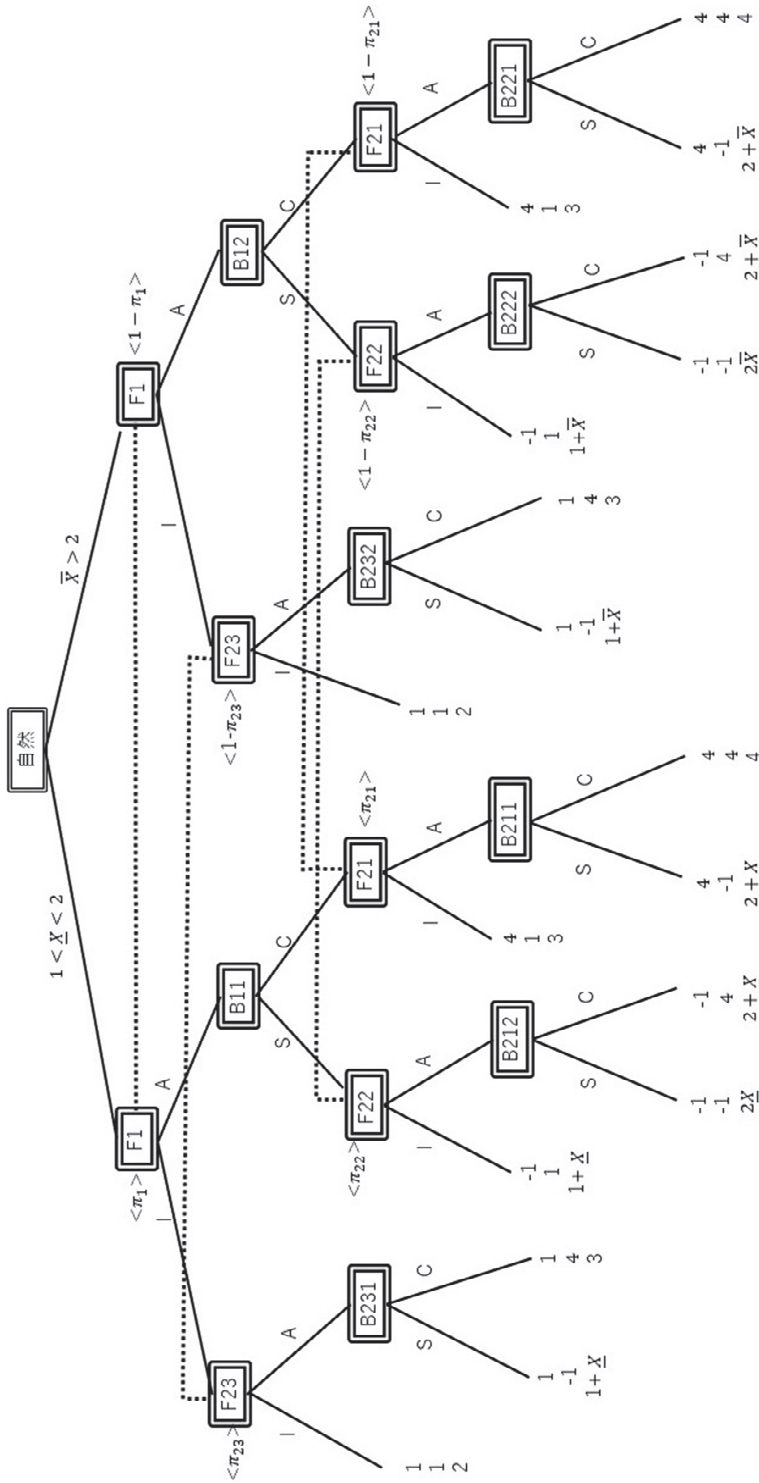


図 2

思決定節をB12とおく。銀行には X の値がわかるので、B11とB12は情報集合でつながれることはない。以下では第1期の銀行の意思決定を「B11での意思決定」「B12での意思決定」と表現する。

第2期では再び同じ段階ゲームを繰り返す。すでに述べたとおり、第2期の企業は第1期とは異なるが、銀行は第1期と同一である。第2期の企業は第1期の企業と銀行の選択を観察したうえで意思決定を行う。第1期に銀行がCを選んだときの第2期の企業の意思決定情報集合（企業は自然の意思決定を観察できないので）をF21、Sを選んだときの意思決定情報集合をF22とする。また、第1期の企業がIを選んだときの情報集合をF23とする。

企業2の情報集合F21、F22はそれぞれ2つの節を含んでいる。まずF21についてであるが、1期目の銀行がCを選んだとき、 $X = \underline{X}$ のもとで銀行がCを選んだと推測する信念を π_{21} 、 $X = \bar{X}$ のもとでCを選んだと推測する確率を $1 - \pi_{21}$ と表現する。F22については、 $X = \underline{X}$ のもとで銀行がSを選んだと推測する信念を π_{22} 、 $X = \bar{X}$ のもとでSを選んだと推測する確率を $1 - \pi_{22}$ と表現する。F23については、 $X = \underline{X}$ のもとで第1期の企業がIを選んだと推測する信念を π_{23} 、 $X = \bar{X}$ のもとでIを選んだと推測する信念を $1 - \pi_{23}$ と表す。

第2期で企業がAを選んだ場合、第2期の銀行の意思決定となる。ここでは、B11に続く節をB21 k 、B12に続くものをB22 k 、F23でAが選ばれた場合の銀行の意思決定節をB23 k とおいた（ $k = 1, 2$ ）。

終端節における縦に並んだ3つの数字は、上から第1期の企業の利得、第2期の企業の利得、銀行の利得を表している。銀行の利得は2期間の合計であるが、企業のもはそれぞれの期の利得である。

2. 完全ベイジアン均衡

第1期の企業がその情報集合においてAをとる確率を p_1 、銀行が第1期にCを選ぶ確率を q_{1i} （ $i = 1, 2$ ）、第2期の企業が各情報集合F2 j においてAをとる確率を p_{2j} とおく（ $j = 1, 2, 3$ ）。また図2において、銀行の第2期の6つの意思決定節においてCを選ぶ確率を q_{2jk} とそれぞれおいた（ $j = 1, 2, 3, k = 1, 2$ ）。

図2で示されたゲームの完全ベイジアン均衡を、以下のように定義する。

定義 第1期の企業、第2期の企業、銀行の間の完全ベイジアン均衡 $\{p_1^*, q_{1i}^*, p_{2j}^*, q_{2jk}^*, \pi_{2i}^*\}$ は、以下の条件を満たす戦略と信念の組である（ $i = 1, 2, j = 1, 2, 3, k = 1, 2$ ）。

- (1) p_1^* は、第2期の企業の戦略と第1、2期の銀行の戦略を与件として、外生的に与えられた信念 π_1 のもとで第1期の企業の利得を最大化している。
- (2) q_{1i}^* は、第2期の企業の戦略と自らの第2期の戦略を与件として、銀行の利得を最大化している。
- (3) p_{2j}^* は、第2期の銀行の戦略を与件として、信念 π_{2j} のもとで第2期の企業の利得を最大化している。
- (4) q_{2jk}^* は、第1,2期の企業、自らの第1期の戦略を与件として、銀行の利得を最大化している。
- (5) 第2期の企業の信念 π_{2i} は、外生的に与えられた信念 π_1 と(1)から(4)の戦略、信念と整合的⁹⁾である。

3. 各期の企業、銀行の戦略

完全ベイジアン均衡を求めるために、後ろ向きに各期の企業、銀行の戦略を決定する。

3.1 第2期の銀行の戦略

第2期の銀行の戦略は、図2における $B2jk (j = 1, 2, 3, k = 1, 2)$ で表される6つの意思決定節において利得の大小関係を比較すればよい。 \bar{X} と \underline{X} の大きさに関する仮定より6つの意思決定節の銀行の選択はすべて決定できる。すなわち、銀行のタイプが $X = \underline{X}$ の場合に対応する $B211, B212, B231$ では銀行はCを選び、 $X = \bar{X}$ の場合に対応する $B221, B222, B232$ では銀行はSを選ぶ。この結果を利用して、展開型ゲームを、企業の第2期の意思決定を最終期とした図に書き換えたものが図3である。

図3には、企業1の情報集合における戦略を $p_1, 1 - p_1$ 、第1期の各 $B1i$ における銀行の戦略を $q_{1i}, 1 - q_{1i} (i = 1, 2)$ 、企業2の各情報集合 $F2j$ における戦略を $p_{2j}, 1 - p_{2j}$ で示した ($j = 1, 2, 3$)。

3.2 第2期の企業の戦略

第2期の企業は、各情報集合に割り当てられた信念に基づき、利得（たてに並んだ3つの数字の真ん中のもの）の最大化を目指して、各情報集合での戦略 p_{2j} を決定する。各情報集合を見ればわかるとおり、Aを選んだときの期待利得は $5\pi_{2j} - 1$ 、Iを選んだときの期待利得は1なので、以下の補題1が言える（証明は以上の議論より明らか）。

補題1 図3における各情報集合 $F2j$ において、企業の戦略 $p_{2j} (j = 1, 2, 3)$ は以下のようにになる。

$$p_{2j} \begin{cases} = 1 & \pi_{2j} > 2/5 \\ = 0 & \pi_{2j} < 2/5 \\ \in [0, 1] & \pi_{2j} = 2/5 \end{cases}$$

補題1より、各情報集合では、銀行の外部機会から得る利益が低い (\underline{X}) 確率が高い場合に企業は積極的な投資を行い、確率が低い場合には消極的な投資を行うという直観にも合う結果が得られる。外部機会から得る利益が高い場合、積極的な投資をしても銀行は融資を打ち切るので、企業は負の利益を得る。 π_{2j} が低いことは、負の利益を得る確率が高まり、期待利得が下がることを表す。

3.3 第1期の銀行の戦略

均衡での第1期の銀行の戦略 q_{11}, q_{12} は、それに続く第2期の企業の戦略（と第2期の銀行の戦略）を与件として、自らの利潤の最大化を満たすものとして求められる。ただし、 q_{11}, q_{12} は第2期の企業の信念 π_{21} と π_{22} と整合的なものとなる必要がある。¹⁰⁾

補題1より信念 π_{21} と π_{22} と第2期の企業の戦略 p_{21}, p_{22} との関係をもとめると、以下のようになる（表1）。

これら9つのケースすべてについて整合性を調べることで、以下の補題2を得る。証明は補論にまとめた。

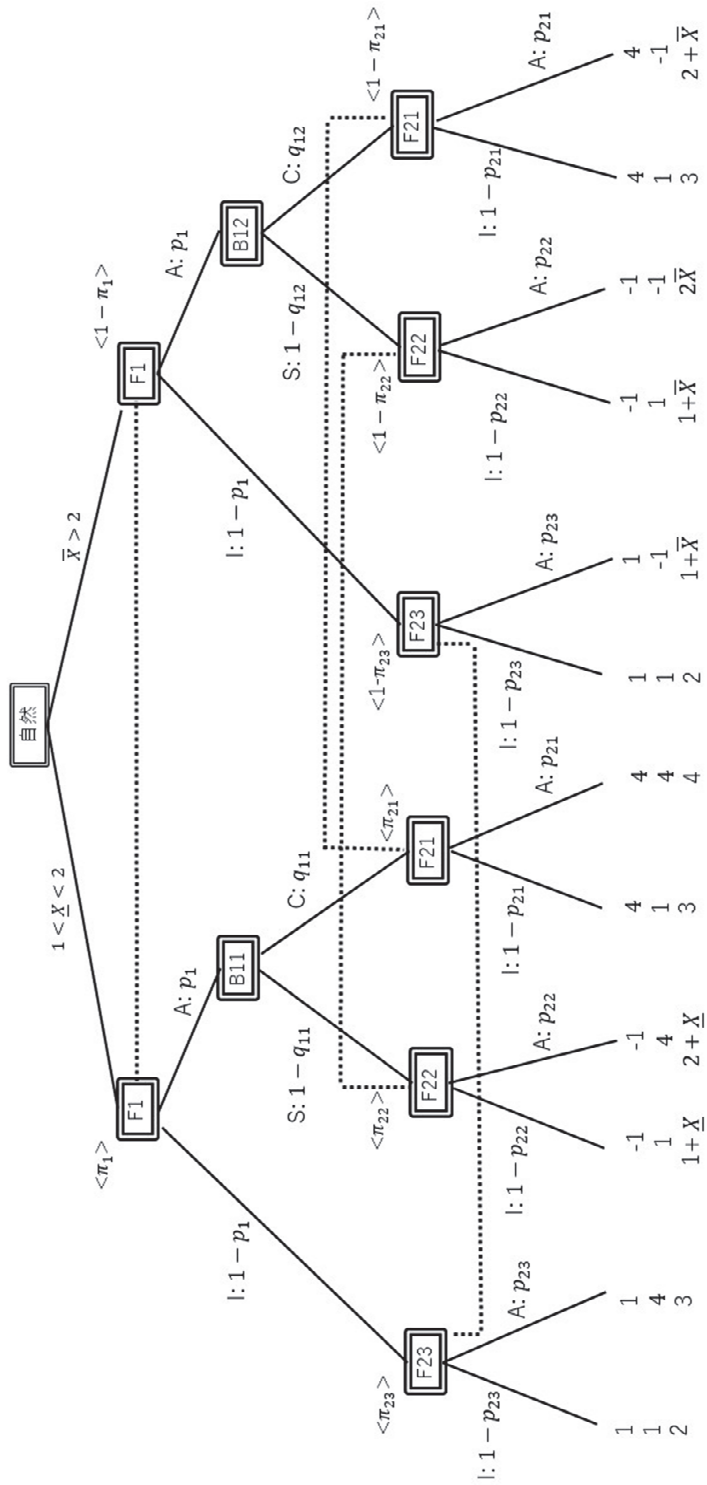


図 3

表1

	$\pi_{22} > \frac{2}{5}$	$\pi_{22} < \frac{2}{5}$	$\pi_{22} = \frac{2}{5}$
$\pi_{21} > \frac{2}{5}$	① $p_{21} = 1, p_{22} = 1$	④ $p_{21} = 1, p_{22} = 0$	⑦ $p_{21} = 1, p_{22} \in [0,1]$
$\pi_{21} < \frac{2}{5}$	② $p_{21} = 0, p_{22} = 1$	⑤ $p_{21} = 0, p_{22} = 0$	⑧ $p_{21} = 0, p_{22} \in [0,1]$
$\pi_{21} = \frac{2}{5}$	③ $p_{21} \in [0,1], p_{22} = 1$	⑥ $p_{21} \in [0,1], p_{22} = 0$	⑨ $p_{21} \in [0,1], p_{22} \in [0,1]$

表2

ケース	信念	q_{11}	q_{12}	p_{21}	p_{22}
①	存在しない				
②	$\pi_{21} < \frac{2}{5}, \pi_{22} > \frac{2}{5}$	0	0	0	1
③	$\pi_{21} = \frac{2}{5}, \pi_{22} > \frac{2}{5}$	0	0	$0 \leq p_{21} \leq \underline{X} - 1$	1
④	$\pi_{21} > \frac{2}{5}, \pi_{22} < \frac{2}{5}$	1	1	1	0
⑤	存在しない				
⑥	$\pi_{21} = \frac{2}{5}, \pi_{22} < \frac{2}{5}$	1	1	$\frac{\bar{X} - 2}{\bar{X} - 1} \leq p_{21} \leq 1$	0
⑦	$\pi_{21} > \frac{2}{5}, \pi_{22} = \frac{2}{5}$	1	1	1	$0 \leq p_{22} < \frac{1}{\bar{X} - 1}$
⑧	$\pi_{21} < \frac{2}{5}, \pi_{22} = \frac{2}{5}$	0	0	0	$2 - \underline{X} < p_{22} \leq 1$
⑨	存在しない				

補題2 表1の①から⑨について、第1期の銀行の戦略 q_{11}, q_{12} と、第2期の企業の情報集合のうちF21, F22における信念 π_{21}, π_{22} と戦略 p_{21}, p_{22} の間の整合性をまとめると、以下の表2になる。

補題2から、2つの特徴が言える。第1の特徴は、第1期の銀行はB11とB12では同じ戦略を選択する、ということである。B11とB12とで異なる行動が選択される場合、均衡での信念は $\pi_{21} = 0$ かつ $\pi_{22} = 1$ 、または $\pi_{21} = 1$ かつ $\pi_{22} = 0$ となる。これが、企業の信念と整合的にならないのである。

図1を1回限りの展開型ゲームとしてとらえた場合、 \underline{X} に対応する場合Cが選ばれ ($q_{11} = 1$)、 \bar{X}

に対応する場合Sが選ばれる ($q_{12} = 0$) という、タイプによって異なる行動が均衡になる。しかしゲームが複数期間にわたるもので、信念の改定をモデルに組み込むと、第1期の銀行の戦略は、「どちらのタイプも融資を続ける」または「どちらのタイプも融資を打ち切る」という2つになる。

第2の特徴は、第1期の銀行が「融資を続ける」という戦略を選択するのは、 $\pi_{21} > \frac{2}{5}$ または③を除いた $\pi_{21} = \frac{2}{5}$ のケースに限られるということである。第1の特徴で述べたように、第1期の銀行が融資をするのは、いずれのタイプの銀行も融資する場合に限られる。 π_{21} が大きくなるのは、第2期の企業が「融資を続ける銀行はXタイプで確率が高い」という信念を持つ場合である。これが小さくなると、第2期の企業は消極的な投資しか選ばなくなる。

補題2は図3のF21, F22の場合のみ考察したが、図3のF23については、補題1を π_{23} の場合にあてはめれば企業の行動と信念の関係を求められる。

4. 完全ベイジアン均衡と解釈

4.1 銀行が融資を続ける完全ベイジアン均衡

補題2より、第1期の銀行の戦略と第2期の企業の戦略と信念の中で、第1期の銀行が融資を続けることと整合的なものが存在するのは表1の④⑥⑦に限られることがわかった。次に、第1期の企業の戦略と第1期の銀行の選択以降とが整合的になるかどうかについて検討し、「銀行が融資を続ける」が均衡となる完全ベイジアン均衡を求めることとする。

第1期の企業にとっては、他のプレイヤーの選択に関わらずIを選択すれば利得は1である。Aを選択したときに得られる利得の大きさは、第1期の銀行の戦略によって決定されるので、第1期の銀行の戦略を考慮に入れる必要がある。

補題2より、第1期の銀行の行動は第2期の企業の信念に依存して変化するが、第1期の銀行の行動は均衡経路上では「どちらのタイプ (\bar{x} も \underline{x}) も同じ行動をとる」という場合に限られることに注意しよう。このことによって、第1期の企業がAをとる場合の第1期の信念 π_1 と、第2期の均衡経路上の信念は等しくなる。すなわち第1期の銀行がCをとる場合は $\pi_1 = \pi_{21}$ が成立し、第1期の銀行がSをとる場合は $\pi_1 = \pi_{22}$ が成立する。

そのことを利用して、補題2の④⑥⑦を完全ベイジアン均衡として特徴づけるための命題1を示す。

命題1 このモデルにおいて、第1期において企業が「積極的な投資」(A) を選択する完全ベイジアン均衡は以下の3つのケースである。

(i) $\pi_1 > 2/5$ のとき

【均衡1】 (表2のケース④に対応)

p_1	q_{11}	q_{12}	p_{21}	π_{21}	p_{22}	π_{22}	p_{23}	π_{23}	q_2
1	1	1	1	$\pi_{21} > \frac{2}{5}$	0	$\pi_{22} < \frac{2}{5}$	$\pi_{23} > \frac{2}{5}$ のとき $p_{23} = 1$ $\pi_{23} < \frac{2}{5}$ のとき $p_{23} = 0$ $\pi_{23} = \frac{2}{5}$ のとき $p_{23} \in [0, 1]$	$q_{21k} = 1$ $q_{22k} = 0$ $q_{231} = 1$ $q_{232} = 0$	

【均衡2】（表2のケース⑦に対応）

p_1	q_{11}	q_{12}	p_{21}	π_{21}	p_{22}	π_{22}	p_{23}	π_{23}	q_2
1	1	1	1	$\pi_{21} > \frac{2}{5}$	$0 < p_{22} < \frac{1}{\bar{X}-1}$	$\frac{2}{5}$	$\pi_{23} > \frac{2}{5}$ のとき $p_{23} = 1$ $\pi_{23} < \frac{2}{5}$ のとき $p_{23} = 0$ $\pi_{23} = \frac{2}{5}$ のとき $p_{23} \in [0,1]$	$q_{21k} = 1$ $q_{22k} = 0$ $q_{231} = 1$ $q_{232} = 0$	

(ii) $\pi_1 = 2/5$ のとき

【均衡3】（表2のケース⑥に対応）

p_1	q_{11}	q_{12}	p_{21}	π_{21}	p_{22}	π_{22}	p_{23}	π_{23}	q_2
1	1	1	$\frac{\bar{X}-2}{\bar{X}-1} < p_{21} \leq 1$	$\frac{2}{5}$	0	$\pi_{22} < \frac{2}{5}$	$\pi_{23} > \frac{2}{5}$ のとき $p_{23} = 1$ $\pi_{23} < \frac{2}{5}$ のとき $p_{23} = 0$ $\pi_{23} = \frac{2}{5}$ のとき $p_{23} \in [0,1]$	$q_{21k} = 1$ $q_{22k} = 0$ $q_{231} = 1$ $q_{232} = 0$	

【命題1の証明】

補題2で示されたことと p_1, p_{23}, π_{23} との関係について検討する。

【均衡1】 F23での企業の選択は、補題1で示したとおりである。第1期の銀行以降の行動を与件とすると、第1期の企業が $p_1 = 1$ (Aを選ぶ) を選択した場合、第1期の銀行が B11, B12のいずれにあっても $q_{11} = 1$ (Cを選ぶ) を選択することから、期待利得は4となる。第1期の企業が $p_1 = 0$ (Iを選ぶ) を選択した場合、 $\pi_{23} = \pi_1 > 2/5$ となり、F23では $p_{23} = 1$ が選ばれ、期待利得は1となる。したがって、この場合に第1期の企業は $p_1 = 1$ を選ぶ。

【均衡2】 【均衡1】 とまったく同様に、 $q_{11} = q_{12} = p_{21} = 1$ より、第1期の企業が $p_1 = 1$ を選んだときの期待利得は4、 $p_1 = 0$ を選択したときの期待利得は1となる。したがって、この場合も第1期の企業は $p_1 = 1$ を選ぶ。

【均衡3】 第1期の企業がAを選んだとき、 $q_{11} = q_{12} = 1$ で、かつF21で第2期の企業が混合戦略 $0 < p_{21} < 1$ をとるためには、 $\pi_{21} = \pi_1 = 2/5$ である必要があるが、均衡3ではそれを仮定している。このとき、第1期の企業の利得は、Aを選んだときに4、Iを選んだときに1となるので、 $p_1 = 1$ を選ぶ。

(命題1の証明終)

第1期の銀行が B11, B12ともにCを選ぶということは、 $\bar{X} > 2$ の場合でも銀行は「融資を継続する」を選ぶということである。これは第2期の存在によって、銀行には融資を継続するインセンティブを持つことを表している。

この点は、評判モデルが明らかにした点と対応する。第1期の銀行の行動が第2期以降の短期的プレイヤー（ここでは企業）の信念に影響を与える場合、長期的プレイヤー（ここでは銀行）はその点を考慮に入れて長期的利得の最大化を目指して戦略を決定する。すなわち、段階ゲームでの利得の最大化を目指す戦略に対応する $q_{12} = 0$ とは異なる $q_{12} = 1$ がとられるのである。

命題1では第1期の企業がAを選択し、第1期の銀行が融資するという戦略のみに注目したが、それ以外にも均衡は存在する。これを絞り込むにはさらなる仮定、分析が必要になる。しかしながら、外部機会から高い利益を得られる銀行でも融資をするという可能性が指摘できる点は興味深い。

4.2 均衡利得について

各プレイヤーのそれぞれの利得は、均衡1と2の間で等しい。第1期の企業が4、第2期の企業の期待利得が $5\pi_1 - 1$ 、銀行は、 X タイプは4、 \bar{X} タイプは $2 + \bar{X}$ となる。また均衡3では、第1期の企業が4、第2期の企業が1、銀行の期待利得は、 X タイプは $3 + p_{21}$ 、 \bar{X} タイプは $3 + (\bar{X} - 1)p_{21}$ となる。

第1期の企業の立場からすると、第1期の銀行がCをとるかSを取るかだけが利得に影響を与えるが、銀行の戦略は第2期の企業の行動への影響によって決まる。命題1で検討した完全ベイジアン均衡は、第2期の企業の戦略への影響を考えると、第1期に銀行がCをとる誘因のあるケースに絞った。したがって、いずれのケースでも、第1期の企業の利得は4となる。

均衡3では、銀行の利得に第2期の企業の戦略 p_{21} が含まれている。 p_{21} の取り得る範囲は \bar{X} の大きさに依存し、 \bar{X} が大きくなるにしたがって1のごく近くのみが取り得る値となる。そのときの利得は $2 + \bar{X}$ 、すなわち均衡1のケースに近づく。

結 論

本稿は、評判モデルを用いて、銀行と企業間のゲームを考えた。モデルの特徴は、銀行に外部機会が存在する可能性を仮定し、融資を引き上げる可能性があるときに、企業の行動、銀行の行動はどのような影響を受けるかを分析した点である。

いわゆる評判効果を考慮に入れた問題として考えると、外部機会を利用することが可能な銀行であっても、継続的に融資を行う可能性があることがわかった。本稿のモデルは2期間モデルであるため、外部機会でもより高い利得を得る銀行が継続的融資を選択するのは2期間のうち第1期に限られた。しかし過去の評判モデルの理論的成果をあてはめることができれば、期間が長い場合は長期にわたり継続的融資を選択するという結論を導くことができる。その場合、企業にとっても、多くの場合（多くの期）で継続的融資を受けられると予想できるので、自らが第1期であるかそれ以外であるかは重要でなくなる。¹¹⁾ もちろんこれについては詳細な分析が必要となる。

継続的取引による協調関係が双方にとってメリットとなるというこの種のモデルは、リレーションシップバンキングという考え方を補強することにもつながるだろう。¹²⁾ 本稿のモデルは、銀行のみ長期的な視野に立ち、企業は短期的な利潤の最大化としてモデル化した。リレーションシップバンキングのメリットは、企業と銀行の間に長期的関係に基づく情報交換である。本稿で扱った古いタイプの評判モデルは長期プレイヤー対短期プレイヤーという構造のものが多いが、比較的最近では長期プレイヤー同士の評判モデルも存在する（Atakan and Ekmekci (2013)）。これらの研究成果を取り入れることも、今後地域金融機関の存在理由、生き残り策について考える手がかりとなるだろう。

一方で、本稿の結論である外部機会を利用することが可能な銀行が継続的に融資を行うという選択は、外部機会を利用することが不可能な銀行が一定割合以上存在することが必要である点にも注意が必要である。今後地方銀行の統合が加速することが、外部機会の利用機会の拡大と結びつく場合、地方の企業への融資が滞るようなことにつながる可能性がある。¹³⁾ 外部機会の存在のメ

リットとデメリットを整理した分析が必要となる。

補論: 補題2の証明

表2の①から⑨について, q_{11} , q_{12} , p_{21} , q_{22} , π_{21} , π_{22} の間の整合性について検討する。

【ケース①】

$p_{21} = 1, p_{22} = 1$, すなわち第2期の企業はF21でもF22でも確率1でAをとるとする。このときB11でF21, F22に整合的な戦略は $4 > 2 + \bar{X}$ より $q_{11} = 1$ (Cを選ぶ), B12で整合的なものは $2\bar{X} > 2 + \bar{X}$ より $q_{12} = 0$ (Sを選ぶ) である。

上のB11, B12での戦略と整合的な第2期の企業の信念は $\pi_{21} = 1, \pi_{22} = 0$ となるが, これはケース①の π_{22} に関する条件を満たさないから, ケース①では整合的な組み合わせは存在しない。

【ケース②】

$p_{21} = 0, p_{22} = 1$, すなわち第2期の企業はF21では確率1でIをとり, F22では確率1でAをとるとする。第2期の企業の行動と与件とすると, $\bar{X} > 1$ より $2 + \bar{X} > 3$ が言えるので, B11で第1期の銀行は $q_{11} = 0$ (Sを選ぶ), B12では $\bar{X} > 2$ より $2\bar{X} > 3$ だから, 同じく $q_{12} = 0$ (Sを選ぶ) を選択する。B11, B12で $q_{11} = q_{12} = 0$ が選ばれるので, F21は均衡経路外となり, 均衡経路外の信念 π_{21} に関しては $\pi_{21} < \frac{2}{5}$ を仮定することで第2期の企業の行動と整合的となる。F22に関しては第1期の企業が選択する戦略と $\pi_{22} > \frac{2}{5}$ が整合的であれば, ケース②は均衡の候補となる。¹⁴⁾

【ケース③】

$p_{21} \in [0, 1], p_{22} = 1$, すなわち第2期の企業にとってF21ではAをとってもIをとっても期待利得が同じなので任意の $p_{21} \in [0, 1]$ をとり, F22では確率1でAをとるとする。

最初に第1期の銀行のB12での戦略を考える。Cを選んだ場合, 期待利得は $(2 + \bar{X})p_{21} + 3(1 - p_{21}) = 3 + (\bar{X} - 1)p_{21}$ となる。 $\bar{X} > 2$ なので, $p_{21} = 1$ のとき最大値 $2 + \bar{X}$ となるが, これはSをとったときの利得 $2\bar{X}$ よりも小さい。したがって, B12では任意の p_{21} に対して $q_{12} = 0$ (Sを選ぶ) を選択する。

B12でSが確率1で選ばれるとき, B11で $q_{11} > 0$ となる戦略が選ばれると, $\pi_{21} = 1$ となる (Cを選ぶのは第1期の銀行の外部機会が \bar{X} の場合に限るから)。 $\pi_{21} = 1$ のもとでF21での期待利得を計算すると, 確実にAをとる $p_{21} = 1$ のとき利得が最大化されるので, 混合戦略 $p_{21} \in [0, 1]$ に矛盾する。したがって, 第2期の企業のF21での戦略が $p_{21} \in [0, 1]$ となるのは $q_{11} = 0$ に限る。第1期の銀行が $q_{11} = 0$ を選択するのは, B11においてCをとったときの期待利得よりもSをとったときの期待利得のほうが大きくなるという $4p_{21} + 3(1 - p_{21}) < 2 + \bar{X}$ の条件を満たす場合である。これを満たすのは $p_{21} < \bar{X} - 1$ である。

つまり, $q_{11} = q_{12} = 0, p_{22} = 1, 0 \leq p_{21} < \bar{X} - 1$ と $\pi_{21} = \frac{2}{5}, \pi_{22} > \frac{2}{5}$ が満たされるとき, 均衡の候補となる。

【ケース④】

$p_{21} = 1, p_{22} = 0$, すなわち第2期の企業は, F21では確率1でAをとり, F22では確率1でIを選ぶとする。

このとき第1期の銀行はB11, B12でともに $q_{11} = q_{12} = 1$, すなわちCを選ぶ。信念については,

第1期の銀行の戦略のもとで経路上の信念となる π_{21} と経路外の信念である π_{21} についてそれぞれ $\pi_{21} > \frac{2}{5}$, $\pi_{22} < \frac{2}{5}$ とすれば、均衡の候補となる。

【ケース⑤】

$p_{21} = 0, p_{22} = 0$, すなわち第2期の企業は、F21でもF22でも確率1でIを選ぶとする。

第2期の企業の行動を与件とすると、第1期の銀行はB11では $q_{11} = 1$ (Cを選ぶ), B12では $q_{12} = 0$ (Sを選ぶ)を選択する。第1期の銀行の戦略と整合的な信念は $\pi_{21} = 1, \pi_{22} = 0$ となるが、これはケース⑤の仮定である $\pi_{21} < \frac{2}{5}$ と矛盾する。したがって整合的な組み合わせは存在しない。

【ケース⑥】

$p_{21} \in [0,1], p_{22} = 0$, すなわち第2期の企業は、F21ではAをとってもIをとっても期待利得が同じなので任意の $p_{21} \in [0,1]$ をとり、F22では確率1でIをとるとする。

第1期の企業は、B11ではCをとったときの利得は $4p_{21} + 3(1 - p_{21}) = 3 + p_{21}$, Sをとったときの利得は $1 + \bar{X}$ である。 $\bar{X} < 2$ よりあきらかに、任意の p_{21} に対して $3 + p_{21} > 1 + \bar{X}$ となるので、第1期の銀行は $q_{11} = 1$ (Cをとる)を選択する。

このときB12で $q_{12} = 0$ (Sをとる)を選択すると、ケース③と同様の議論により $\pi_{21} = 1$ となって、「F21でAをとってもIをとっても期待利得が等しくなる戦略をとる」という $p_{21} \in [0,1]$ と矛盾する。したがって、ケース⑥において整合的となりうるのは第1期の銀行がB12で $q_{12} = 1$ (Cをとる)を選択する場合である。

第1期の銀行が $q_{11} = q_{12} = 1$ を選択するには、B12において、Sをとったときの第1期の銀行の利得である $1 + \bar{X}$ よりもCをとったときの期待利得である $(2 + \bar{X})p_{21} + 3(1 - p_{21}) = (\bar{X} - 1)p_{21} + 3$ が大きくなる場合である。これは $p_{21} > \frac{\bar{X}-2}{\bar{X}-1}$ のときに満たされる。

信念については、経路上の信念について $\pi_{21} = \frac{2}{5}$, 経路外の信念については $\pi_{22} < \frac{2}{5}$ が満たされれば、ケース⑥は均衡の候補となる。

【ケース⑦】

$p_{21} = 1, p_{22} \in [0,1]$, すなわち第2期の企業はF21では確率1でAをとり、F22ではAをとってもIをとっても期待利得が同じなので任意の $p_{22} \in [0,1]$ をとるとする。

第1期の銀行は、B11ではCをとると利得は4, Sをとると利得は $p_{22}(2 + \bar{X}) + (1 - p_{22})(1 + \bar{X}) = 1 + \bar{X} + p_{22}$ となるが、 $1 + \bar{X} + p_{22} < 4$ なので、 $q_{11} = 1$ (Cを選ぶ)を選択する。B11では確率1でCがとられることから、ケース③や⑥と同様の議論によりB12でSが選ばれると $\pi_{22} = 0$ となってF22ではIをとるほうが厳密に利得が大きくなるので、 $p_{22} \in [0,1]$ となるためには、第1期の銀行はB12で $q_{12} = 1$ (Cを選ぶ)が選択されなければならない。B12で $q_{12} = 1$ となるには、Cを選んだときのほうがSを選んだときよりも利得が大きくならなければならないので、 $2 + \bar{X} > p_{22}(2\bar{X}) + (1 - p_{22})(1 + \bar{X})$ を満たす必要がある。変形すると $p_{22} < \frac{1}{\bar{X}-1}$ 。

以上より、 $q_{11} = q_{12} = 1, p_{21} = 1, p_{22} < \frac{1}{\bar{X}-1}$, また信念については、経路上の信念について $\pi_{21} > \frac{2}{5}$, 経路外の信念については $\pi_{22} = \frac{2}{5}$ を満たせば、均衡の候補となる。

【ケース⑧】

$p_{21} = 0, p_{22} \in [0,1]$, すなわち第2期の企業が、F21では確率1でIをとり、F22ではAをとってもIをとっても期待利得が同じなので任意の $p_{22} \in [0,1]$ をとるとする。

第1期の銀行にとっては、B12でCをとったときの利得は3、Sをとったときの利得は $p_{22}(2\bar{X}) + (1 - p_{22})(1 + \bar{X}) = 1 + \bar{X} + (\bar{X} - 1)p_{22}$ であり、 $\bar{X} > 2$ なので $1 + \bar{X} + (\bar{X} - 1)p_{22} > 3$ が言える。したがって第1期の銀行はB12では $q_{12} = 0$ (Sを選ぶ) を選択する。このときケース③⑥⑦と同様の議論により、B11でCが選ばれると $p_{22} \in [0, 1]$ と矛盾するので、 $q_{11} = 0$ (Sを選ぶ) が選択される必要がある。そのためには第1期の銀行の利得は、Sを選んだときのほうがCを選んだときよりも大きくならなければならないので、 $p_{22}(2 + \underline{X}) + (1 - p_{22})(1 + \underline{X}) = 1 + \underline{X} + p_{22} > 3$ 、すなわち $p_{22} > 2 - \underline{X}$ を満たす必要がある。

信念については、経路上の信念は $\pi_{22} = \frac{2}{5}$ 、経路外の信念は $\pi_{21} < \frac{2}{5}$ を満たすのであれば、均衡の候補となる。

【ケース⑨】

$p_{21} \in [0, 1]$, $p_{22} \in [0, 1]$ 、すなわち第2期の企業が、F21, F22のどちらの情報集合においても、AをとったときとIをとったときの期待利得が等しくなるとする。AをとったときとIをとったときで期待利得が等しくなるには、信念は $\pi_{21} = \pi_{22} = \frac{2}{5}$ となる必要がある。2つの情報集合においてこのような信念が形成されるためには、第1期の銀行もB11, B12についてCをとったときとSをとったときの利得が等しくならなければならない。それぞれの場合に期待利得を計算し、等しくなるための条件を課すと、 p_{12} と p_{22} は以下の連立方程式の解となっていなければならない。

$$\begin{aligned} 3 + p_{21} &= 1 + \underline{X} + p_{22}, \\ 3 + (\bar{X} - 1)p_{21} &= 1 + \bar{X} + (\bar{X} - 1)p_{22} \end{aligned}$$

これを満たす p_{21}, p_{22} は存在しないので、⑨では均衡の候補となる組み合わせは存在しない。

(補題2の証明終)

謝 辞

本稿作成にあたり、お二人の査読者より詳細なコメントを数多くいただきました。この場を借りて感謝申し上げます。もちろん、ありうべき誤りについては全て執筆者の責に帰するものです。

注

- 1) 以下金融機関を「銀行」と呼ぶ。
- 2) したがって、「外部機会のほうが利得が大きくなる確率」は、メガバンクのほうが大きく、地域金融機関のほうが小さいとは言えるかもしれない。
- 3) もっとも包括的な紹介はMailath and Samuelson (2006) であり、以降の発展を含めたサーベイはMailath and Samuelson (2014) である。Mailath (2019) は最近の研究動向も含めた大学院向けテキストである。
- 4) 図1にしめされる利得6つのうち5つを具体的な数値を指定したのは、一般的な数値とすることで場合分けが複雑になりすぎることを避けるためである。
- 5) 外部機会が期初の段階で確定していれば、企業の「消極的な投資」にも応じず、融資を継続しないという解釈もあり得るが、このモデルではそのような状況は考えない。1つには分析を単純化するためであるが、消極的な投資への融資は規模が小さく、外部機会と比較するほどではないので確実に融資するという解釈ができるだろう。
- 6) $\underline{X} > 1$ の仮定は、以下の分析を単純化するためである。図1における銀行の意思決定では、 \underline{X} と2との大小関係のみが重要である。

- 7) ある企業が銀行と段階ゲームを行う期が第1期となるか第2期となるかについては、簡単化のためここでは分析の対象外として、たとえば「ランダムに選ばれる」のような仮定のもとで分析を行っていると考える。
- 8) 通常の情報集合の書き方とは異なり、本稿では企業の各意思決定節に、それぞれ節が属する情報集合の名称を対応させてある。
- 9) ここで整合的とは、(i) 与えられた戦略のもとで到達する情報集合（均衡経路上の情報集合）では、ベイズルールによって信念が計算される、(ii) 与えられた戦略のもとで到達しない情報集合（均衡経路外の情報集合）では、情報集合に含まれる節に割り当てられる確率の合計が1という条件のみ満たす、ということを目指す。
- 10) π_{23} は第1期の企業がIを選んだ場合に対応するので、第1期の銀行の戦略とは無関係に決まる。
- 11) この点については査読者よりご指摘をいただいたことに感謝したい。
- 12) リレーションシップバンキングに関する議論については、金融庁のホームページに詳しい。この点について上林敬宗氏（東京国際大学経済学部教授）より貴重なアドバイスをいただいた。
<https://www.fsa.go.jp/policy/chusho/index.html>
- 13) しかしそもそもこのような統合の議論が出てきた背景には、ゼロ金利を背景とした経営効率の問題も含まれるので、外部機会はひとつの要素に過ぎない。
- 14) 以下、「均衡の候補となる」とは、命題1で第1期の企業の行動まで検討した結果均衡を構成する要素となる可能性のあるものを指す。

参考文献

- Atakan, A.E. and M. Ekmekci (2013) “A two-sided reputation result with long-run players,” *Journal of Economic Theory*, 148, 376–392.
- Bolton, P. and M. Dewatripont (2004) *Contract Theory*, The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts.
- Fudenberg, D. and D. K. Levine (1989) “Reputation and Equilibrium Selection in Games with a Patient Player,” *Econometrica*, 57(4), 759–778.
- Kreps, D. M., P. R. Milgrom, J. Roberts, and R. J. Wilson (1982) “Rational Cooperation in the Finitely Repeated Prisoners’ Dilemma,” *Journal of Economic Theory*, 27(2), 245–252.
- Mailath, G.J (2019) *Modeling Strategic Behavior: A Graduate Introduction to Game Theory and Mechanism Design*, World Scientific, New Jersey.
- Mailath, G.J. and L. Samuelson (2006) *Repeated Games and Reputations: Long-Run Relationships*, Oxford University Press, New York.
- Mailath, G.J. and L. Samuelson (2014) “Reputations in Repeated Games,” in *Handbook of Game Theory* (Volume 4), ed. by H. P. Young and S. Zamir. North Holland.