

東京国際大学論叢

経済学研究

第8号

論文

- Consumer Behavior with Omnichannel Retailer's Price
and Fulfillment Strategies 楠田 康之..... 1

研究ノート

- スラッファ『商品による商品の生産』第II部の
経済学史的意義について 浮田 聡..... 27
-

2 0 2 4

東京国際大学論叢

経済学研究

第8号

Consumer Behavior with Omnichannel Retailer's Price and Fulfillment Strategies

KUSUDA, Yasuyuki

Abstract

Omnichannel retailing, a new form of distribution system, seamlessly integrates the Internet and physical stores. This study considers the pricing and fulfillment strategies of a retailer that has two sales channels: online and one physical store. The retailer offers consumers three purchasing options: delivery from the fulfillment center, buy-online-and-pick-up-in-store (BOPS), and purchasing at the store. Consumers choose one of these options to maximize their utility, dividing them into several segments. Given the retailer can induce consumers to the profitable segment by adjusting the online and store prices, our analysis shows that it has three optimal strategies: (1) The retailer excludes consumers far from the physical store from the market and lets the others choose BOPS or purchasing at the store. (2) It lets consumers far from the physical store choose delivery from the fulfillment center and the others choose BOPS or purchasing at the store. (3) It lets all consumers choose delivery from the fulfillment center. Finally, we present simple dynamic simulations that consider how the retailer's optimal strategy changes as consumers' subjective probability of believing the product is in stock decreases. The results show that the retailer should offer BOPS in later periods of the selling season to maximize its profit as the subjective probability decreases.

Keywords: Omnichannel retailing, Consumer behavior, Fulfillment, Pricing strategy, BOPS

1. Introduction

Omnichannel retailing, a new form of distribution system, seamlessly integrates the Internet and physical stores. From consumers' point of view, products ordered online can be collected at a nearby physical store (termed "buy-online-and-pick-up-in-store," or BOPS, herein), thus saving the shipping cost borne by consumers. On the contrary, from the retailer's point of view, to make such new sales options available to consumers, it is necessary to reconstruct the flow of fulfillment for the sale of products as a new distribution system. For example, for products ordered online, the retailer can deliver them from the fulfillment center or allow the consumer to collect them at a physical store. In addition, if the retailer assigns a certain amount of inventory to each physical store in advance,

some of the fulfillment of products ordered online to the physical store can be left. However, these new attributes of the distribution system have raised a number of questions such as what fulfillment should be used when cross-channel fulfillment is available, when it should be adopted, and what optimal pricing strategy is consistent with such fulfillment?

Lei, *et al.* (2018) is the first study to describe the price and fulfillment problems retailers must solve in a distribution system comprising multiple sales regions and distribution centers. They compare two optimization models. The first model is a two-stage model in which, in the first stage, the retailer optimizes the price under the constraint that total demand in the regions does not exceed the total inventory of the fulfillment centers. In the second stage, it optimizes fulfillment from the centers to regions at the optimal price. In the second model, termed the joint pricing and fulfillment problem, the retailer optimizes the optimal price and fulfillment simultaneously. Comparing these two models, they point out that the latter can earn the retailer a higher profit than the former. Clearly, the intuitive implication for the profitability of the second model is that the retailer can minimize fulfillment costs by raising the price for the region with costly shipping. Lei *et al.* (2018) consider a multi-period joint pricing and fulfillment problem in which the retailer sells multiple products in different demand regions by changing prices to maximize total expected profits. Harsha, Subramanian, and Uichanco (2019), on the contrary, apply the idea of Lei, *et al.* (2018) to an omnichannel distribution system consisting of one fulfillment center and multiple regions (*zones*) with physical stores in which product orders placed online can be fulfilled by either the fulfillment center or a physical store. However, they assume that the fulfillment of products ordered online is random and exogenous because it may occur through BOPS at consumers' request. Harsha, Subramanian, and Uichanco (2019) thus propose heuristics for this multi-period problem as the centralized optimization problem with endogenous fulfillment by introducing the idea of the "partition" of inventory.

These previous studies suffer from two main problems. First, fulfillment is often assumed to be random and exogenous because it cannot be fully coordinated.¹⁾ According to Harsha, Subramanian, and Uichanco (2019), in practice, fulfillment may be managed by decentralized order management systems with complicated rules that depend on store performance, fulfillment capacity, and so on.²⁾ However, omnichannel distribution is, by definition, a cross-channel system that uses fulfillment centers and a network of physical stores. An omnichannel retailer (or the headquarters) might thus be able to manage fulfillment for multiple regions centrally, at least to some extent, by coordinating channels using, say, a central information system. The second problem with previous studies is that their models do not fully reflect consumers' behavior in terms of choosing BOPS for products ordered online.³⁾ If the models include consumer behavior, BOPS demand cannot be a random variable but rather must be the optimal solutions for consumers who minimize their disutility in terms of receiving the ordered products.

These two problems motivate us to propose a new framework that includes both price and fulfillment decisions in a centralized scheme with endogenous consumer behavior. Specifically, to address the shortcomings of previous research, this study considers the pricing and fulfillment strategies of a retailer that has two sales channels: online and one physical store. The consumers that purchase a product from this retailer are assumed to be located different distances from the physical store and thus incur different travel costs. Meanwhile, the retailer offers consumers three purchasing

options: delivery from the fulfillment center, BOPS, and purchasing at the store. Consumers choose one of these options to maximize their utility, dividing them into several segments. Based on the foregoing, the research questions of this study are as follows:

1. Can the retailer lead consumers to the profitable segment by adjusting its online price and store price?
2. If possible, what kinds of segments are formed?
3. How much profit can be obtained from the pattern of these segments?
4. What are the optimal prices?

There are two critical points here: the difference between the two prices and the subjective probability that the consumer will believe that the product is in stock at the physical store (simply termed the subjective probability hereafter). If the online price is sufficiently higher than the store price, the consumer is induced to visit the physical store. Meanwhile, if the subjective probability is low, the consumer is induced to shop online. On the contrary, the retailer must bear the costs of the three fulfillment options (i.e., its fulfillment costs). Therefore, the problem is how the retailer that observes the subjective probability optimizes its profit considering its fulfillment costs.

To address these problems, this study clarifies the following points. First, the retailer can induce consumers to the profitable segment by adjusting the online and store prices. By controlling the number of consumers who choose delivery from the fulfillment center, BOPS, or purchasing at the store, the retailer can generate additional profit. Consumer segments are formed by dividing consumers by proximity to the physical store, revealing how many in each segment are willing to purchase the product. This study clarifies the segment patterns formed by the two prices and shows how much profit the retailer can earn from each pattern. Next, we find the retailer's optimal strategies given those profits based on the two optimal prices and the optimal consumer segments. Our analysis shows that the retailer has three optimal strategies. In the first, it excludes consumers far from the physical store from the market and lets those close to it choose BOPS or purchasing at the store. The second optimal strategy lets consumers far from the physical store choose delivery from the fulfillment center and those close to it choose BOPS or purchasing at the store. In the final strategy, all consumers choose delivery from the fulfillment center. The optimal strategy of these depends on the fulfillment costs associated with delivery from the fulfillment center, BOPS, and purchasing at the store. If the cost for BOPS is sufficiently higher than the cost of selling at the store, the retailer must let consumers close to the physical store choose to purchase at the store and BOPS otherwise. We also find that the retailer lets all consumers choose delivery if that option's cost is sufficiently lower than those of the other two options. Finally, we present simple dynamic simulations that consider how the retailer's optimal strategy changes as consumers' subjective probability decreases. In the stage in which the subjective probability is high, consumers choose to purchase at the store. When this probability decreases, the retailer switches its strategy at a certain point to allow them to choose BOPS. However, if the store's inventory runs out during the sales period, this leads all consumers to choose delivery.

This study extends research on the joint pricing and fulfillment problem as well as on the subjective probability, such as Gao and Su (2017) and Kusuda (2022). Those studies assume a "rational expectation" of the consumer's subjective probability, on which the optimal inventory problem

depends; in turn, the optimal strategy is consistent with the formation of the consumer's subjective probability. In contrast to that body of the literature, this study rather assumes a *completely exogenous* subjective probability and considers simple dynamic simulations in which it decreases over time.

The assumption that the consumer's subjective probability does not depend on the *actual* level of inventory may seem too strong. In reality, consumers may predict whether the product is in stock in the store based on various available pieces of information. For example, if the product is seasonal and the purchase is made late in the sale season, consumers may have a lower subjective probability of the product being in stock. Additionally, if the product is shipped from the actual store, consumers may have some inventory-related information that could update their subjective probability. However, it is still necessary to include the subjective probability as a parameter in order to analyze the retailer's price strategy. If the retailer were able to control the subjective probability in consumers' rational expectations, the model would become too complex. Therefore, in this model, we focus on the price strategy with or without the BOPS option, without considering how the subjective probability would be formed.

This study contributes to the research on this topic by extending the traditional dynamic pricing model (also called the yield management model). Dynamic pricing is a price discrimination model in which retailers sell their unreplenished inventory (or *resource*) of goods or services (or *plan*) such as air tickets and hotel rooms using several options and prices in a selling period.⁴⁾ In recent years, such models have been applied to the field of e-commerce (Shpanya, 2014). In the dynamic pricing model, retailers sell to consumers at several prices by dynamically allocating resources to several plans. Meanwhile, the omnichannel model can be regarded as an allocation model in which retailers use inventory in fulfillment centers and physical stores for fulfillment. In the simple example of aircraft tickets provided by Talluri and van Ryzin (2006), taking advantage of differences in passenger preferences, retailers can sell tickets with a limited option at a low price to tourist passengers and those with an unlimited option at a high price to business passengers. Similarly, in this omnichannel model, the retailer takes advantage of differences in consumers' disutility when they visit the physical store. It can then sell the store inventory to consumers living close to the physical store and that in the fulfillment center to consumers living far from it. Furthermore, if consumers' subjective probability changes dynamically, the retailer can also dynamically change the sales strategy by offering several fulfillment options. This study therefore provides a solution to how retailers set prices dynamically in practice, which offers another perspective on the dynamic pricing literature.⁵⁾

The remainder of the paper is organized as follows. Section 2 describes the model used for the analysis. Section 3 considers the retailer's strategies based on that model. In Section 4, the results of simple dynamic simulations are presented. In Section 5, the discussion is presented and Section 6 concludes.

2. The Model

2.1 Three options and consumer behavior

In this model, one retailer has two sales channels: online and one physical store. The retailer sells

a simple product through both sales channels. Here, physical store sales occur when consumers directly visit stores to purchase products and online sales occur when they order from the retailer's website. Its website can also be used to communicate with consumers (e.g., to indicate the availability of the BOPS service).⁶⁾ Consumers who order products online can choose between delivery from the fulfillment center to their home and BOPS (if available). If a consumer chooses BOPS, the retailer uses the store inventory as long as there is stock. The retailer can set different prices for online sales and store sales and consumers can observe these two prices online in advance. The online price is the same for both delivery and store purchase. After observing the physical store's distance, subjective probability, and price by sales channel, consumers choose one of the three options: delivery, BOPS, and store purchase. As a result, demand for each option is determined by consumers' preference.

The utility of consumers when choosing one of these three options is formulated as follows. First, let the shipping cost per unit when the retailer delivers from the fulfillment center be a uniform constant, $c (> 0)$. We make the following assumption about this shipping cost.

Assumption 1 *Shipping cost c is borne by the consumer, not the retailer.*

This assumption is customary and reasonable given the postage and delivery charges of third-party companies.

Next, let $v (> c)$ be the value obtained from this product (common to all consumers) and assume that potential consumers who may purchase the product are distributed in the interval $[0, v]$ at a density of 1 with the physical store existing at point 0. In other words, the distance $d \in [0, v]$ of a consumer from the physical store can be referred to as the *travel cost* that the consumer bears to visit that store. Thus, potential consumers farthest from the physical store must be marginal consumers who would visit it even at price 0, and we exclude consumers at $d > v$ from the model. Let us call the consumers located at $d \in [0, c]$ *local consumers* and those at $d \in [c, v]$ *non-local consumers* for convenience. Note that d is the cost incurred by consumers for the BOPS option and c is the delivery cost. Then, if all consumers purchase online, all local consumers choose BOPS and all non-local consumers choose delivery. Therefore, to make the discussion more convenient, let us assume that the number of local and non-local consumers is equal.⁷⁾

Assumption 2 *The shipping cost is equal to half of the value of the product, $c=v/2$.*

This assumption makes boundary consumers ($d = c$) indifferent between delivery (paying c) and BOPS (paying d). **Figure 1** shows the consumer regions. In the following analysis, we assume that each consumer in the interval $[0, 2c]$ purchases at most one unit of the product.

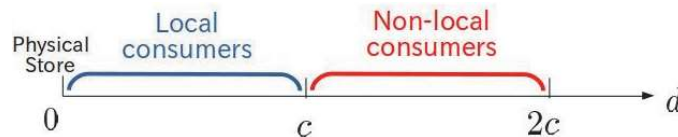


Figure 1. Consumer Space.

Even when visiting the physical store directly without ordering online, the consumer cannot purchase the product if the physical store is out of stock. In this model, if a consumer cannot purchase the product in the physical store, he/she cannot do so in other ways on that day.⁸⁾ Then, consumers visiting the physical store without ordering online predict whether the product is in stock in the store at the subjective probability, $\theta \in [0, 1]$, which is identical for all consumers and common knowledge between them and the retailer. Furthermore, we assume that this probability is *exogenous* to the retailer and uncorrelated with the physical store's *actual* inventory.⁹⁾

Let p_e and p_s denote the online price and store price, respectively. Then, the respective (expected) utilities of consumers choosing delivery, BOPS, and store purchase are

$$\begin{aligned} u_e &\equiv v - p_e - c = c - p_e, \\ u_b &\equiv v - p_e - d = 2c - p_e - d, \quad d \in [0, 2c], \\ u_s &\equiv \theta(v - p_s) - d = 2\theta c - \theta p_s - d, \quad d \in [0, 2c]. \end{aligned} \quad (1)$$

Here, consumers incur the shipping cost when choosing delivery and the travel cost when choosing BOPS.¹⁰⁾ If choosing the store purchase option, they must incur the travel cost and take the risk the product is out of stock.¹¹⁾ While utility with delivery is common to all consumers, utility with BOPS or store purchase varies depending on each consumer's travel cost, d . Further, assume that consumers are risk-neutral and that their reservation utility is 0. Therefore, we set the following assumption.

Assumption 3 *Each consumer purchases the product as long as $u_i \geq 0$ and does not otherwise ($i = e, b, s$).*

2.2 Consumer segments

Next, we divide the consumers distributed in the interval $[0, 2c]$ into three segments according to their behavior. Let S_i , $i = e, b, s$ denote the segment for consumers with $u_i \geq \max\{u_j, u_k\}$, $i = e, b, s$; $j, k \neq i$. Consumers can then be classified as follows based on their travel cost $d \in [0, 2c]$:

$$\begin{aligned} d \in S_e: & \quad d > c \text{ and } \delta \leq (1 - 2\theta)c + d, \\ d \in S_b: & \quad d \leq c \text{ and } \delta \leq (2 - 2\theta)c, \\ d \in S_s: & \quad \delta > (2 - 2\theta)c \text{ and } \delta > (1 - 2\theta)c + d, \end{aligned}$$

where $\delta \equiv p_e - \theta p_s$. The size of θ compared with δ and d determines the segment to which a consumer belongs. We classify three cases: *Stage I* for $1/2 < \theta \leq 1$, *Stage II* for $0 < \theta \leq 1/2$, and *Stage III* for $\theta = 0$.¹²⁾ However, in this model, because each segment is defined only by the price difference, δ , no unique solution for the optimal prices exists. Therefore, the following assumption is necessary to find the unique solution.

Assumption 4 *In all the cases, the retailer cannot set a price that exceeds the value of the product: $p_e, p_s \leq 2c (= v)$.*

Although this assumption is only for the solution to be definitive, it would be natural to set the product's value as the price's upper limit.¹³⁾ Note that $-2\theta c \leq \delta \leq 2c$ from this assumption.

Figures 2–4 show the consumer segments by classifying them on the $(d-\theta)$ plane.

As shown, when δ is low, delivery and BOPS are advantageous for consumers; by contrast, when δ is high, delivery and store purchase are beneficial. Furthermore, in Stage I, as δ approaches $2c$, all consumers choose store purchase. Now, let us classify the consumer segment patterns as follows:

Region BE ($-2\theta c \leq \delta \leq (2-2\theta)c$):

$$d \in [0, c] \Rightarrow d \in S_b; d \in (c, 2c] \Rightarrow d \in S_e,$$

Region SE ($(2-2\theta)c < \delta \leq \min\{(3-2\theta)c, 2c\}$):

$$d \in [0, \delta - (1-2\theta)c] \Rightarrow d \in S_s; d \in (\delta - (1-2\theta)c, 2c] \Rightarrow d \in S_e,$$

Region S ($(3-2\theta)c < \delta \leq 2c$, only Stage I):

$$d \in S_s \text{ for all } d.$$

In other words, Region BE is divided into delivery and BOPS, Region SE is divided into delivery and store purchase, and Region S is classified as store purchase for all consumers. When δ is low, all consumers would have a strong incentive to choose delivery or BOPS. Those close to the store would choose BOPS, while others would choose delivery. When δ is high, consumers close to the store would choose to purchase at the store, but others would choose delivery, which depends on the subjective probability.

Stage I ($1/2 < \theta \leq 1$)

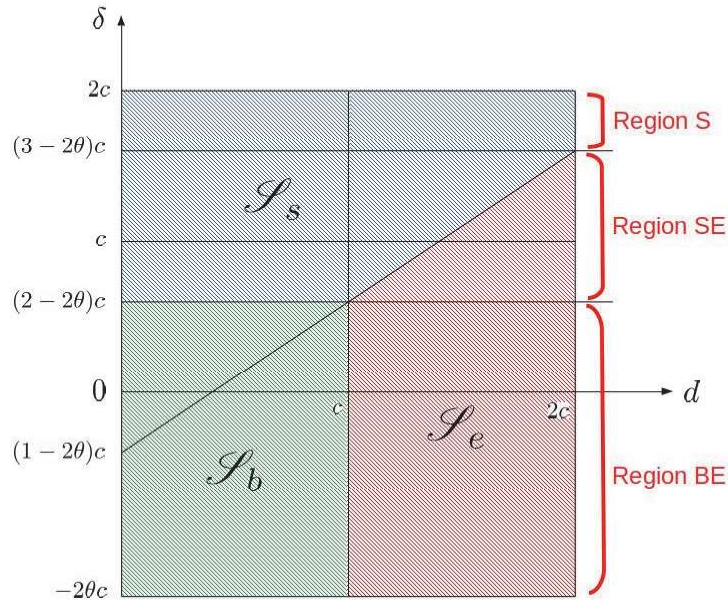


Figure 2. Consumer Segments (Stage I with BOPS).

Stage II ($0 < \theta \leq 1/2$)

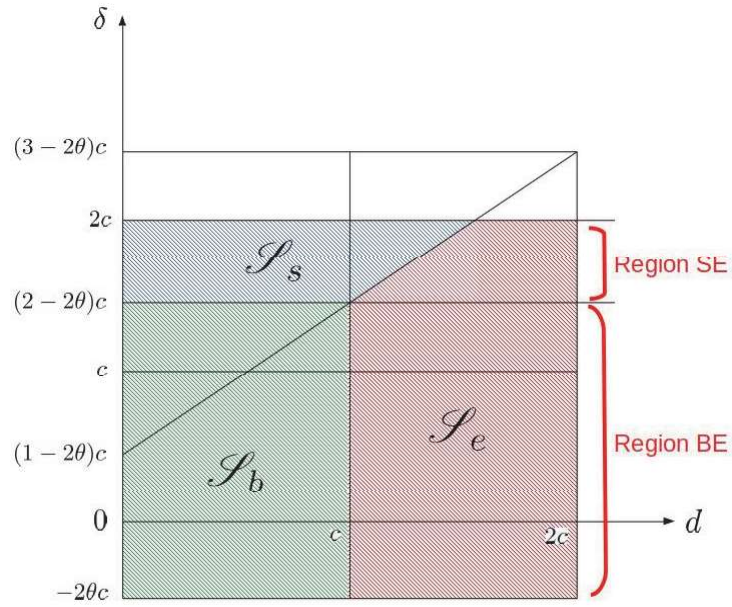


Figure 3. Consumer Segments (Stage II with BOPS).

Stage III ($\theta = 0$)

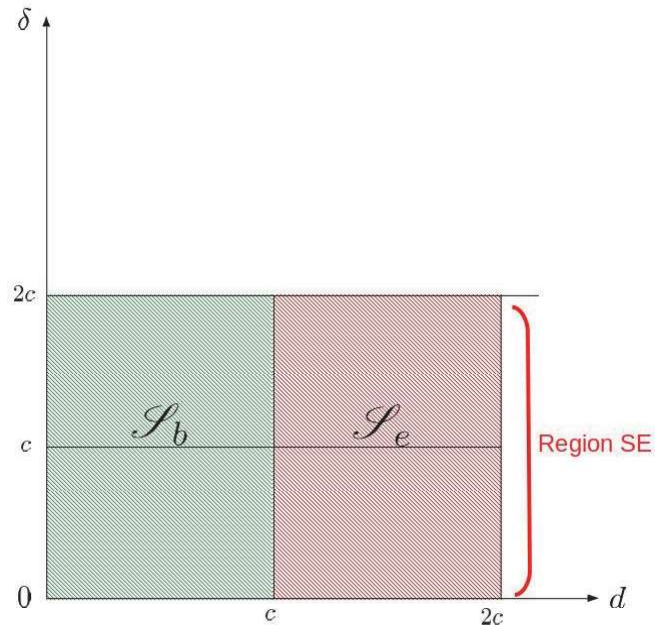


Figure 4. Consumer Segments (Stage III with BOPS).

2.3 Demand and profits

Next, we formulate the demand function of the retailer and its profit maximization. First, the retailer bears the fulfillment costs. Let c_e , c_b , and c_s denote the fulfillment costs for delivery, BOPS, and store purchase, respectively, assuming all the variables are non-negative. These costs are exogenous variables representing employees' fulfillment efforts at the fulfillment center and physical store. The fulfillment cost for delivery, c_e , does not include the shipping cost, c . In addition, we do not consider the inventory carrying costs in this model.¹⁴⁾

Here, we find the demand and profit functions for each region and maximize the profit to have the optimal price. First, because the consumer segment merely refers to the subset of consumers who choose one of the three options, not all of the consumers in each segment necessarily make a purchase. Indeed, as shown in Assumption 3, consumers do not purchase unless their utility is no less than the reservation level. In particular, if $p_e > c$, no consumers—even in Regions BE and SE—choose delivery because $u_e < 0$. Therefore, we divide Regions BE and SE into two to classify them as follows:

$$\begin{aligned} \text{In Region BE; } & p_e \leq c \Rightarrow \text{Region BE-L, } p_e > c \Rightarrow \text{Region BE-U.} \\ \text{In Region SE; } & p_e \leq c \Rightarrow \text{Region SE-L, } p_e > c \Rightarrow \text{Region SE-U.} \end{aligned}$$

Figures 5 and 6 illustrate each region on the $(p_e - \theta p_s)$ plane. (We use “U” and “L” to denote sub-regions for identifying the upper and lower parts in these figures, respectively.)

As shown in these figures, the price plane is divided into five regions (BE-L, BE-U, SE-L, SE-U, and S) in Stage I, three regions (BE-L, BE-U, and SE-U) in Stage II, and two regions (BE-L and BE-U) in Stage III (figure omitted). Because product demand is equal to the number of consumers who purchase, we can find the demand function for each region, as the following proposition shows. (The proof is shown in Appendix.)

Proposition 1 *Demand for the product in each region is as follows: $D_e = c, D_b = c$ for Region BE-L; $D_e = 0, D_b = 2c - p_e$ for Region BE-U; $D_e = (3 - 2\theta)c - p_e + \theta p_s, D_s = -(1 - 2\theta)c - \theta p_s + p_e$ for Region SE-L; $D_e = 0, D_s = 2\theta c - \theta p_s$ for Region SE-U; and $D_s = 2\theta c - \theta p_s$ for Region S.*

The retailer has two demand options. One option expects demand from both delivery and BOPS or both delivery and store purchase, thus lowering the online price: $p_e \leq c$. The other maximizes demand from either BOPS or store purchase and sacrifices delivery demand, thus raising the online price: $p_e > c$. In other words, in Regions BE-L and SE-L, demand comes from multiple consumer segments, while in Regions BE-U and SE-U, delivery demand is 0. When the subjective probability, θ , is high, more consumers choose store purchase. Hence, the retailer can expect more demand from this option, thereby increasing the online price but sacrificing delivery demand. If θ decreases, the retailer expects BOPS demand, sacrificing store purchase demand. Therefore, the retailer's profit depends on the subjective probability, θ .

Next, let us consider the profits that the retailer can maximize in each region and the respective prices. Proposition 2 shows the result of the profit maximization. (See Appendix for the proof.)

Stage I ($1/2 < \theta \leq 1$)

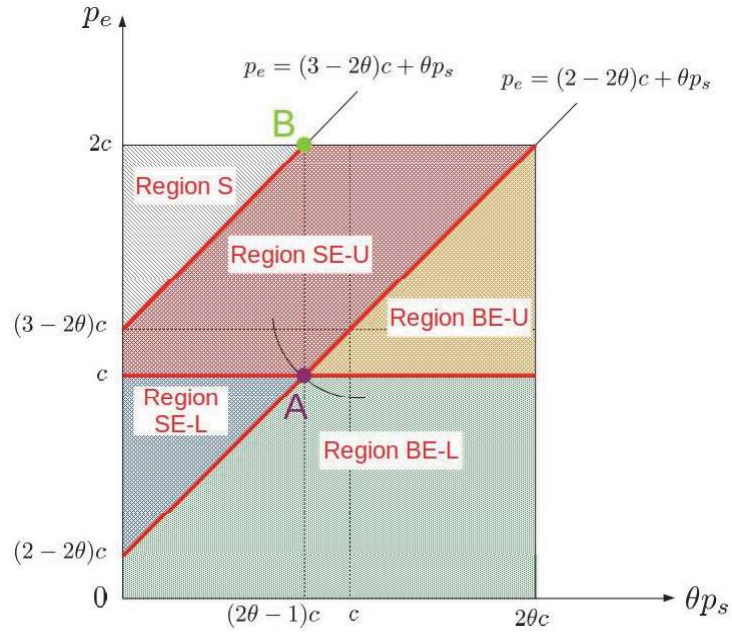


Figure 5. Price Regions (Stage I with BOPS).

Stage II ($0 < \theta \leq 1/2$)

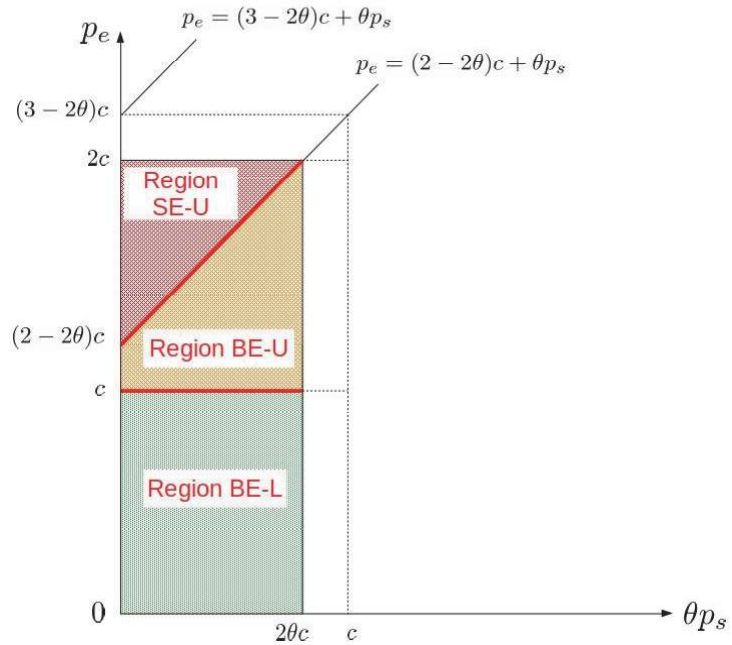


Figure 6. Price Regions (Stage II with BOPS).

Proposition 2 *Table 1 shows the optimal prices and profits in Regions BE-L, BE-U, SE-L, SE-U, and S.*

Thus, we find corner solutions in Regions BE-L and SE-L, but interior solutions in Regions BE-U, SE-U, and S. In Regions BE-L and SE-L with $p_e = c$, all consumers are equally divided into two segments; further, in both regions, the retailer obtains c consumers who choose delivery. Therefore, the retailer can profit from the two options in each region. However, for optimal solutions to exist in these regions, the fulfillment costs for delivery and store purchase, c_e and c_s , respectively, must be

Table 1. Optimal Prices and Profits.

Region BE-L ¹⁾ when $2c - c_e - c_b \geq 0$, $p_e = c, \quad \forall p_s \in \left(\max \left\{ 0, \frac{1}{\theta} [p_e - (2 - 2\theta)c] \right\}, 2c \right],$ $D_e = c, \quad D_b = c, \quad \pi = (2c - c_e - c_b)c.$
Region BE-U ²⁾ $p_e = \frac{1}{2}(2c + c_b), \quad \forall p_s \in \left(\max \left\{ 0, \frac{1}{\theta} [p_e - (2 - 2\theta)c] \right\}, 2c \right],$ $D_e = 0, \quad D_b = \frac{1}{2}(2c - c_b), \quad \pi = \frac{1}{4}(2c - c_b)^2.$
Region SE-L when $(3\theta - 1)c - \theta c_e - \theta c_s > 0$, $p_e = c, \quad p_s = \frac{1}{\theta}(2\theta - 1)c,$ $D_e = c, \quad D_s = c, \quad \pi = \frac{1}{\theta} [(3\theta - 1)c - \theta c_e - \theta c_s] c.$
Region SE-U $p_e \in ((2 - 2\theta)c + \theta p_s, 2c], \quad p_s = \frac{1}{2}(2c + c_s),$ $D_e = 0, \quad D_s = \frac{\theta}{2}(2c - c_s), \quad \pi = \frac{\theta}{4}(2c - c_s)^2.$
Region S when $(2\theta - 1)c - \theta c_s > 0$, $p_e = 2c, \quad p_s = \frac{1}{\theta}(2\theta - 1)c,$ $D_e = 0, \quad D_s = c, \quad \pi = \frac{1}{\theta} [(2\theta - 1)c - \theta c_s] c.$

1) in Stages II and III, $\forall p_s \in [0, 2c]$.

2) in Stage III, $\forall p_s \in [0, 2c]$.

sufficiently low. On the contrary, in Regions BE-U and SE-U with $p_e > c$, the retailer removes delivery from the two options. Furthermore, it can obtain profits solely from BOPS in Region BE-U but solely from store purchase in Region SE-U, making it necessary to raise the store price, p_s , sufficiently.

Case without offering BOPS

While the previous settings have assumed that the retailer offers three options, it can choose not to offer consumers BOPS. Here, we consider the optimal profit when the retailer does not offer BOPS. **Figures 7 and 8** show the consumer segment and price region, respectively, for Stage I only, when not offering BOPS. In this case, consumers who are close to the store have a strong incentive to choose to purchase at the store because the cost of purchasing through this option is lower than that of delivery. Others may choose delivery. Compared with the previous case, all consumers choose delivery in the region when $-2\theta c \leq \delta \leq (1 - 2\theta)c$, named **Region E**. Thus, in this region, the retailer cannot sell in the physical store, and all sales are online. The following proposition summarizes the result.

Proposition 3 *If no BOPS option is offered, demand is $2c$ in Region E, where the optimal prices are $p_e = c$, $p_s = 2c$ and the maximum profit is $\pi = 2(c - c_e)c$, which is non-negative as long as $c > c_e$.*

Because $p_e \leq c$ in Region E, the retailer should clearly maximize its profit from all consumers with $p_e = c$. In this way, it does not use the physical store in terms of either BOPS or store purchase but

Stage I ($1/2 < \theta \leq 1$) (without BOPS)

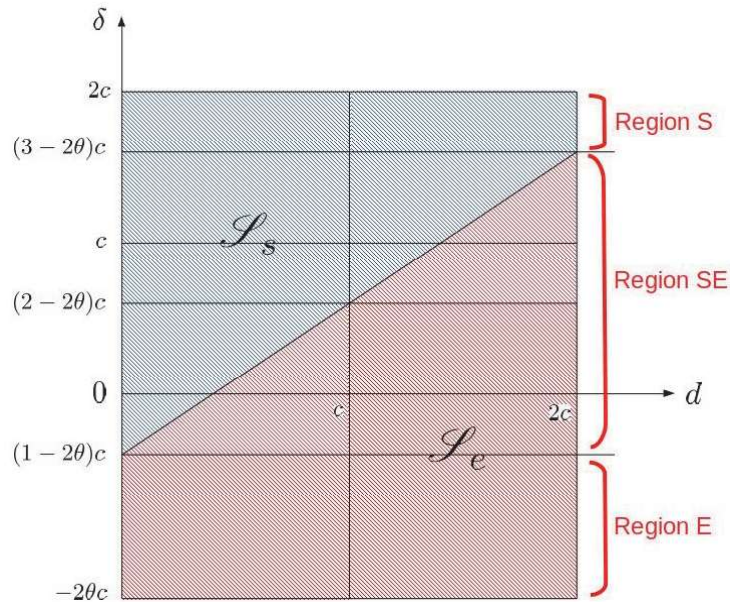


Figure 7. Consumer Segments (Stage I without BOPS).

Stage I ($1/2 < \theta \leq 1$) (without BOPS)

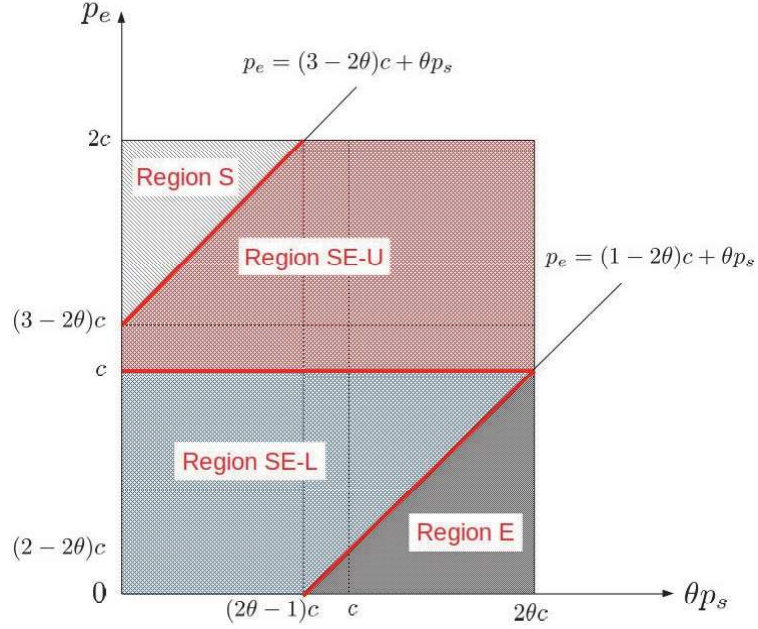


Figure 8. Price Regions (Stage I without BOPS).

only sells online and delivers products from the fulfillment center. It is worth noting that without the BOPS option, the retailer has no incentive to raise the online price and sacrifice delivery demand at all. Hereafter, we call this scenario online sales.

3. The retailer's optimal strategies

The retailer's decision making

From the above results, we determine that the retailer can optimize its profit by adjusting the online and store prices to induce consumers toward profitable consumer segments. Here, we discuss the optimal strategy of the retailer. First, let us formulate its decision-making problem as follows:

- Step 0** The retailer observes the fulfillment costs, c , c_e , c_b , and c_s and the subjective probability, θ .
- Step 1** It decides whether to offer the consumer the BOPS option.
- Step 2** It forms the consumer segments.
- Step 3** It sets the online and store prices to maximize its profit.

Here, the decision making in Step 1 and Step 2 corresponds to choosing one of the five regions, BE-L, SE-L, BE-U, SE-U, S, or E. Let us enumerate the possible strategies as follows.

Strategy BEL: Induce non-local consumers to choose delivery and local consumers to choose BOPS.

Strategy SEL: Induce non-local consumers to choose delivery and local consumers to choose store purchase.

Strategy BEU: Exclude non-local consumers from the market and induce some local consumers to choose BOPS.

Strategy SEU: Exclude non-local consumers from the market and induce some local consumers to choose store purchase.

Strategy S: Exclude all non-local consumers from the market and induce all local consumers to choose store purchase.

Strategy E: Induce all consumers to choose delivery, with the physical store not used.

From the previous discussion, we can determine that the maximum profit in each region optimized in Step 3 is as follows:

$$\begin{aligned}\pi^{BEL} &\equiv (2c - c_e - c_b)c, \text{ where } 2c - c_e - c_b \geq 0, \\ \pi^{BEU} &\equiv \frac{1}{4}(2c - c_b)^2, \\ \pi^{SEL} &\equiv \frac{1}{\theta}[(3\theta - 1)c - \theta c_e - \theta c_s]c, \text{ where } (3\theta - 1)c - \theta c_e - \theta c_s \geq 0, \\ \pi^{SEU} &\equiv \frac{\theta}{4}(2c - c_s)^2, \\ \pi^S &\equiv \frac{1}{\theta}[(2\theta - 1)c - \theta c_s]c, \text{ where } (2\theta - 1)c - \theta c_s \geq 0, \\ \pi^E &\equiv 2(c - c_e)c, \text{ where } c > c_e.\end{aligned}$$

By comparing these profits, we can obtain the optimal strategy of the retailer. However, some of these profits are not guaranteed to be non-negative, and it depends on the cost parameters. Indeed, not all strategies are feasible if the shipping cost, c , is sufficiently low compared with the other costs. Therefore, hereafter, we make the following assumption for all six feasible strategies above.

Assumption 5 *The fulfillment cost is always less than the shipping cost: $c_e, c_b, c_s < c$.*

By adopting this assumption, π^{BEL} and π^E are always non-negative and the existence of solutions in those regions is guaranteed. Under this assumption, we define the following values:

$$\begin{aligned}\theta^{SEL} &\equiv \frac{c}{3c - c_e - c_s}, \quad \theta^{BS/L} \equiv \frac{c}{c + c_b - c_s}, \\ \theta^{BS/U} &\equiv \frac{(2c - c_b)^2}{(2c - c_s)^2}, \quad \theta^{S/E} \equiv \frac{c}{c + c_b - c_s}, \\ \theta^{S^-} &\equiv \frac{2c}{(2c - c_s)^2} \left[3c - c_e - c_s - \sqrt{(c - c_e)(5c - c_e - 2c_s)} \right], \\ \theta^{S^+} &\equiv \frac{2c}{(2c - c_s)^2} \left[3c - c_e - c_s + \sqrt{(c - c_e)(5c - c_e - 2c_s)} \right].\end{aligned}$$

By comparing each profit, we have the following proposition.

Proposition 4 (1) $\pi^{SEL} > \pi^S$, $\pi^{SEU} \geq \pi^S$; (2) If $\theta \geq \theta^{SEL}$, there exists a solution in Region SE-L; (3) If $\theta \leq \theta^{BS/L}$, then $\pi^{BEL} \geq \pi^{SEL}$; (4) If $\theta \leq \theta^{BS/U}$, then $\pi^{BEU} \geq \pi^{SEU}$; (5) If $\theta \geq \theta^{S/E}$, then $\pi^{SEL} \geq \pi^E$; (6) If $c_e \geq c_b$, then $\pi^{BEL} \geq \pi^E$; (7) If $4c^2 - 4c_e c - c_b^2 \geq 0$, then $\pi^{BEL} \geq \pi^{BEU}$; (8) If $\theta^{S^-} \leq \theta \leq \theta^{S^+}$, then $\pi^{SEL} \geq \pi^{SEU}$. Otherwise, $\pi^{SEL} < \pi^{SEU}$.

This proposition allows us to derive the following implications. First, from (1), the retailer does not adopt Strategy S. In this region, it must set the store price low to induce consumers to purchase at the store, and this is not profitable even if all local consumers purchase. Next, when the sum of c_e and c_s is sufficiently high compared with c , Strategy SEL cannot be pursued unless the subjective probability θ is sufficiently high. In the comparison between Strategy SEL and Strategy BEL, if c_s is sufficiently high for c_b , Strategy SEL is not superior to Strategy BEL and vice versa. Similarly, when c_s is sufficiently high compared with c_b , Strategy SEU is not superior to Strategy BEU. Comparing Strategy BEL and Strategy BEU, if c_e is sufficiently high, Strategy BEU is adopted but not Strategy BEL. Finally, if c_e is sufficiently low compared with c_s and c_b , then Strategy E is more likely to be adopted.

Numerical examples

To confirm the above proposition, we compare the profits in the following numerical examples in which $c = 1.0$.

Case (1): $c_e=0.5$, $c_b=0.4$, $c_s=0.1$.

In this case in which $c_e > c_b > c_s$, we obtain the following numerical solutions: $\theta^{SEL} = 0.417$, $\theta^{BS/L} = 0.769$, $\theta^{BS/U} = 0.709$, $\theta^{S/E} = 0.714$, and $\theta^{S^-} = 0.517$. Each profit in this case is shown in **Figure 9**. In Stage I (above), when θ is close to 1, the profit is higher in the order of π^{SEL} , π^{BEL} , and π^E . However, when θ falls below $\theta^{BS/L} = 0.769$, π^{BEL} becomes higher than π^{SEL} , and in Stages II and III (below), π^{BEL} is the highest profit (π^{SEL} does not exist). In all stages, π^E does not exceed π^{BEL} . In this case, if the subjective probability θ is sufficiently high, the retailer should adopt Strategy SEL and induce all local consumers to visit the store, while letting all non-local consumers choose delivery. Conversely, if θ is low, it should pursue Strategy BEL, inducing all local consumers to collect the product ordered online at the store. In this case, however, non-local consumers are not excluded from the market and all consumers can purchase. In summary, in Case (1), the retailer's optimal strategy is

Step 1: Offer consumers BOPS.

Step 2: If $\theta \geq \theta^{BS/L}$, then pursue Strategy SEL and Strategy BEL otherwise.

Step 3: Set the optimal prices in each region according to Proposition 2.

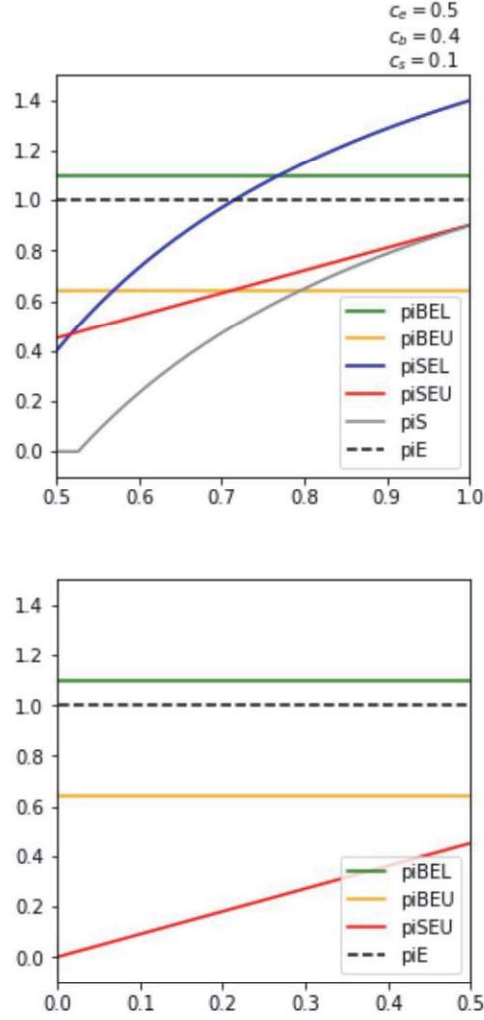


Figure 9. Profits (Case (1): $c = 1.0$, $c_e = 0.5$, $c_b = 0.4$, $c_s = 0.1$).

Case (2): $c_e = 0.5$, $c_b = 0.6$, $c_s = 0.1$.

In this case in which $c_b > c_e > c_s$, we obtain the following numerical solutions: $\theta^{SEL} = 0.417$, $\theta^{BS/L} = 0.667$, $\theta^{BS/U} = 0.543$, $\theta^{S/E} = 0.714$, and $\theta^{S^-} = 0.517$. Each profit in this case is shown in **Figure 10**. Unlike Case (1), in Stage I, when θ is close to 1, the profit is higher in the order of π^{SEL} , π^E , and π^{BEL} . When θ falls below $\theta^{S/E} = 0.714$, π^E becomes higher than π^{SEL} , and π^E is the highest profit in Stages II and III. In this case, π^E dominates π^{BEL} in all stages. In other words, in this case, if the subjective probability θ is sufficiently high, the retailer adopts Strategy SEL. Even if θ is low, the retailer does not pursue Strategy BEL but rather adopts Strategy E with the physical store no longer used. In summary, in Case (2), the retailer's optimal strategy is

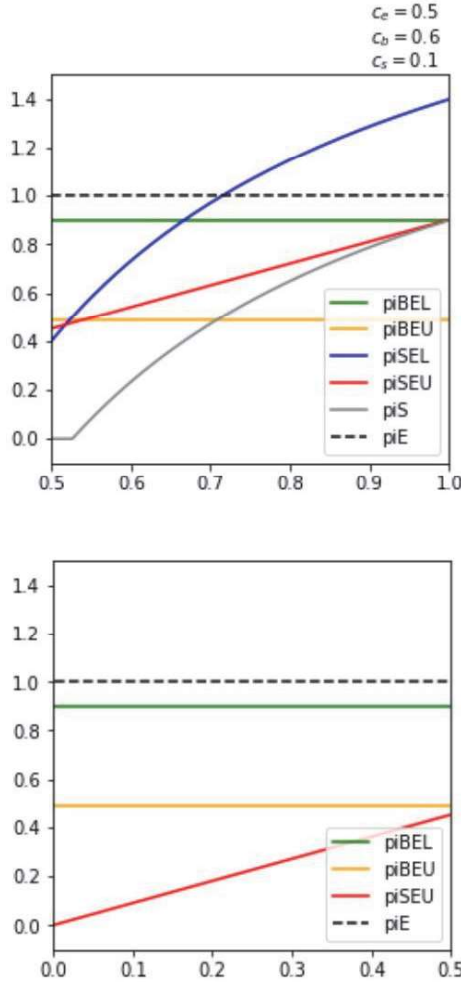


Figure 10. Profits (Case (2): $c = 1.0$, $c_e = 0.5$, $c_b = 0.6$, $c_s = 0.1$).

Step 1: Do not offer BOPS.

Step 2: If $\theta \geq \theta^{S/E}$, adopt Strategy SEL and Strategy E otherwise.

Step 3: Set the optimal prices in each region according to Propositions 2 and 3.

Case (3): $c_e = 0.9$, $c_b = 0.8$, $c_s = 0.7$.

In this case, c_b , c_e , and c_s are sufficiently high compared with $c = 1.0$, $\pi^{BEU} > \pi^{BEL}$, and $\pi^{SEU} > \pi^{SEL}$. The numerical solutions are $\theta^{SEL} = 0.714$, $\theta^{BS/L} = 0.909$, $\theta^{BS/U} = 0.852$, $\theta^{S/E} = 0.833$, and $\theta^{S^-} = 0.104$. Each profit in this case is shown in **Figure 11**.

As shown in this figure, in Stage I, π^{SEU} is the highest when θ is close to 1, but π^{BEU} is higher when θ is less than $\theta^{BS/U} = 0.852$. It is higher than π^{SEL} , and π^{BEU} has the highest profit in Stages II and III. In this case, π^E does not exceed π^{BEL} and π^{BEU} in all stages. In other words, if the subjective probability θ is sufficiently high, the retailer adopts Strategy SEU; on the contrary, if θ is low, it adopts Strategy BEU.

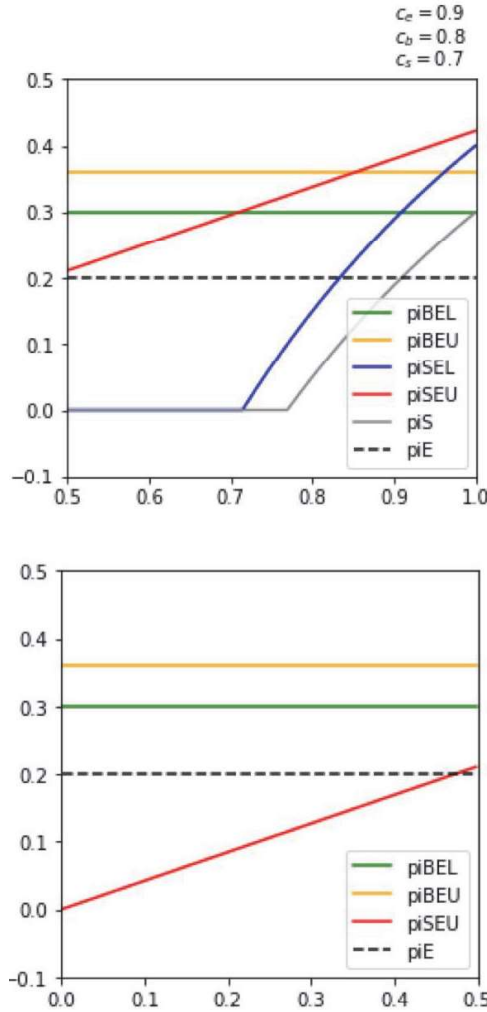


Figure 11. Profits (Case (3): $c = 1.0$, $c_e = 0.9$, $c_b = 0.8$, $c_s = 0.7$).

In summary, in Case (3), the retailer's optimal strategy is

- Step 1:** Offer consumers BOPS.
- Step 2:** If $\theta \geq \theta^{BSU}$, then pursue Strategy SEU and Strategy BEU otherwise.
- Step 3:** Set the optimal prices in each region according to Proposition 2.

In the above numerical examples, we compare the profits when the subjective probability changes, with the fulfillment cost fixed. Conversely, we can consider how the optimal strategy varies under a certain subjective probability depending on the fulfillment cost. **Figure 12** shows the optimal strategies when $c_e = 0.5$. This figure describes the regions in which Strategy BEL, Strategy SEL, and Strategy E are optimal on the $(c_b - c_s)$ plane. As shown, when the subjective probability θ is high, if c_s

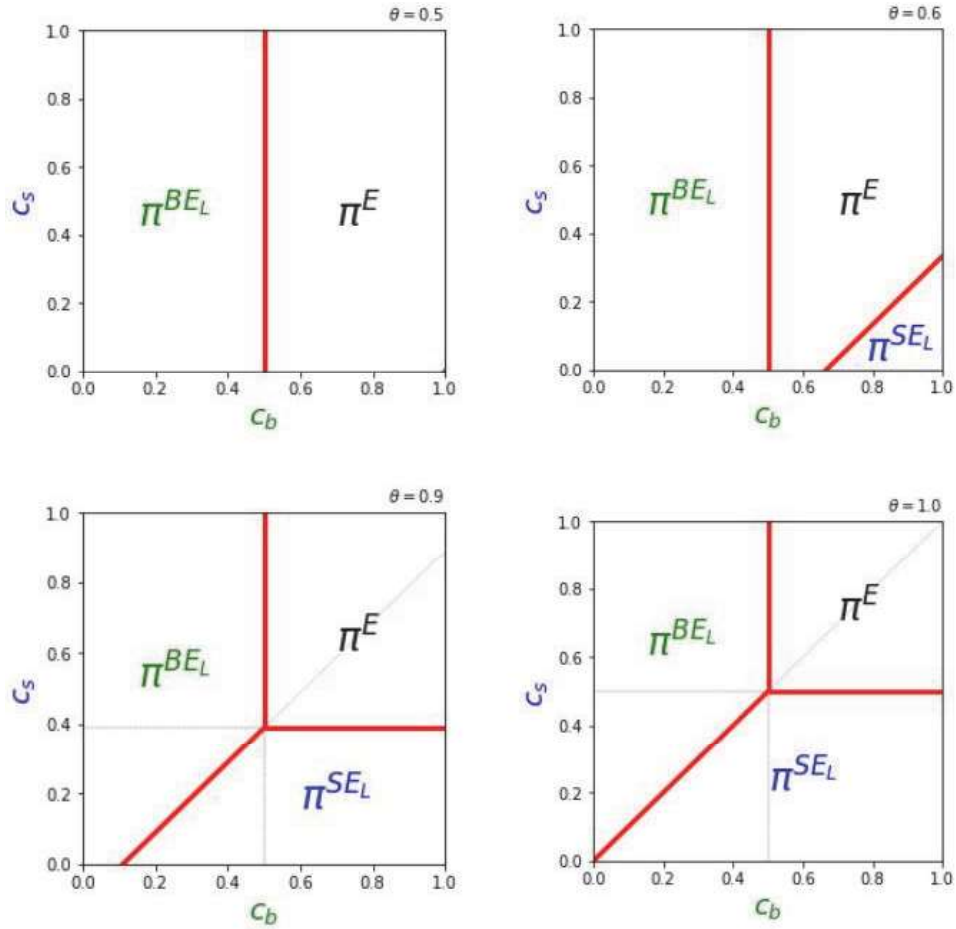


Figure 12. Cost Regions where BOPS, Store Purchase, and Online Sales are Optimal ($c_e = 0.5$).

is sufficiently low, the region size in which Strategy SEL is optimal is large. Conversely, if θ falls, the region size shrinks and disappears when $\theta = 0.5$.

4. Simple dynamic simulations

Finally, we perform simple dynamic simulations to consider the sales strategy the retailer should adopt when it sells the product in a finite time horizon. Two types of simulations are examined.

In the first simulation, consider a seasonal product sold over 12 periods (hereafter, *season*). The retailer sets the online and store prices for each period after knowing the subjective probability at the beginning of the period. The inventory is determined at the beginning of the season and is not replenished, which is known to consumers. Therefore, it is reasonable to assume that the subjective probability decreases over time, and that this probability changes according to a specific function for simplification. Here, let the subjective probability in period t be $\theta_t = \frac{1}{1+\alpha t}$. The fulfillment costs

are the same as in Case (1) above. Further, we assume that the inventory at the fulfillment center is sufficiently large and will not be exhausted, while the physical store's inventory amount is 10.0. Therefore, if the stock runs out within the season, the retailer must take only online sales after that. Furthermore, to make the model include uncertainty, assume that the demand of the physical store in each period is a random variable X that follows the Poisson distribution, $P(X = k; c) = \frac{e^{-c}c^k}{k!}$, ($k = 0, 1, 2, \dots$). **Figure 13** presents the simulation result, showing that Strategy SEL is adopted from period 1 to 4 and Strategy BEL from period 5 to 9. Because the physical store's inventory is exhausted in period 10, Strategy E is adopted with online sales only after this period. We refer to the period in which the retailer changes its strategy as the *switching period*.

The switching period depends on how quickly the subjective probability decreases. In reality, this speed can vary due to market factors. It is valuable to examine the optimal switching periods for different transitions in subjective probability. Therefore, we assume that the second simulation repeats the first simulation 1000 times, while updating the subjective probability to a 95% probability of changing. **Table 2** shows the results for three scenarios: the retailer always offers BOPS during the season (Scenario 1), does not offer it (Scenario 2), and changes the BOPS strategy following our optimal strategy (Scenario 3). The simulation results show that Scenario 3 increases the retailer's profit by 6% compared with Scenario 1 and 4.3% compared with Scenario 2 on average. In Scenario 3, of the 1000 sample paths, the retailer switches from Strategy SEL to Strategy BEL in period 6 for 933 paths and does not switch for 25 paths (referred to as NONE). Of these 25 paths, it moves to Strategy E in period 6 for 19 paths.

In summary, the retailer offers the BOPS option in later as opposed to in earlier periods. We also find the same implication with the cost parameters in Cases (2) and (3).

Table 2. The Second Simulation Result.

	Scenario 1	Scenario 2	Scenario 3
Profit Mean	1.0817	1.0996	1.1469
(std.)	(0.0179)	(0.0170)	(0.0173)
<u>Swithing Period</u>			
SEL to BEL			6 th : 933/1000 7 th : 40/1000 8 th : 2/1000 None : 25/1000
BEL to E	10 th : 128/1000 11 th : 126/1000 Others: 358/1000 None : 384/1000		11 th : 126/1000 12 th : 126/1000 Others: 358/1000 None : 390/1000
SEL to E		9 th : 129/1000 11 th : 145/1000 Others: 412/1000 None : 314/1000	5 th : 3/1000 6 th : 19/1000 8 th : 3/1000 None : 975/1000

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
SEL	SEL	SEL	SEL	BEL	BEL	BEL	BEL	BEL	E	E	E

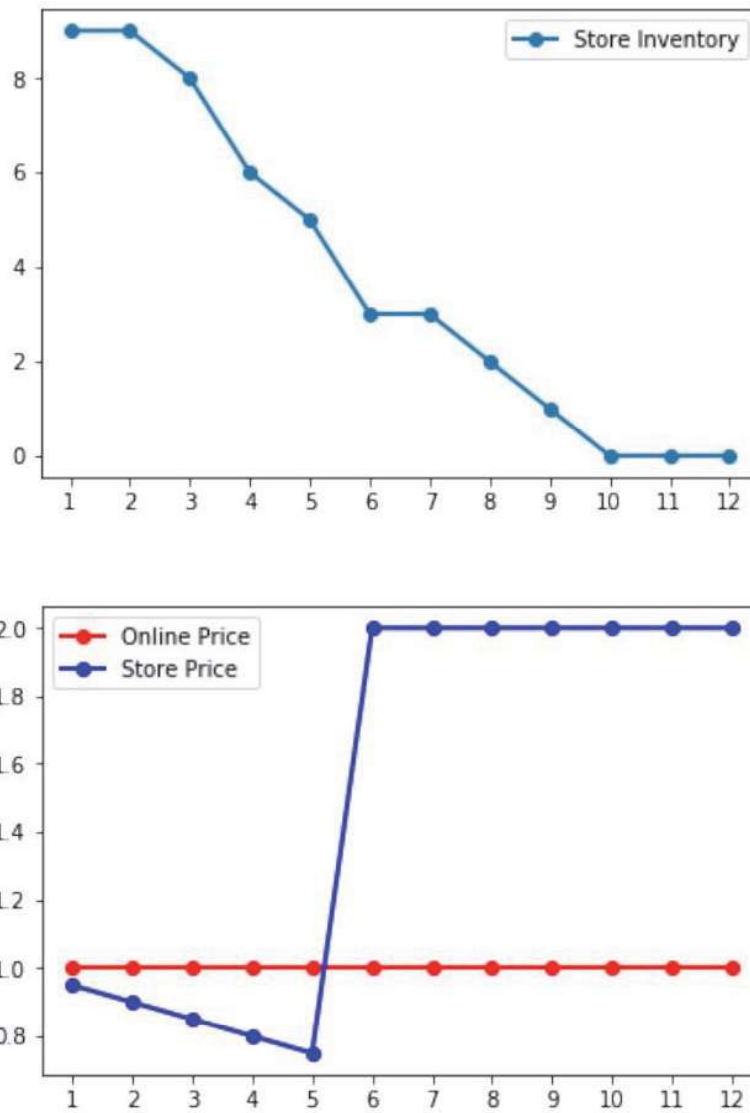


Figure 13. The First Simulation Result (Path of Optimal Strategies, Inventory, and Prices).

5. Discussion

The above results have a number of implications. First, the retailer can induce consumers to the profitable segment by adjusting the online and store prices. We can show the following three optimal strategies: (1) The retailer excludes consumers far from the physical store from the market and lets the others choose BOPS or purchasing at the store. (2) It lets consumers far from the physical store choose delivery from the fulfillment center and the others choose BOPS or purchasing at the store. (3) It lets all consumers choose delivery from the fulfillment center. Which strategy is adopted depends on the subjective probability as well as on the shipping and fulfillment costs.

Second, while retailers often seem indifferent to BOPS timing in the real-world distribution setting, this study concludes that BOPS is a robust strategy that raises retailers' profits. Indeed, when the subjective probability decreases over the season, retailers must switch their BOPS strategy at some point to maximize their profit. Specifically, they should offer BOPS in later periods rather than in earlier ones. As shown by our simulation results, neither (1) always offering BOPS during the season nor (2) never offering BOPS is optimal. Retailers can increase their profit by 6% compared with always offering BOPS and 4.3% compared with never doing so by switching the BOPS strategy at the optimal timing.

Third, one managerial implication of our findings is that retailers should use data analysis to correctly estimate consumers' subjective probability to determine when to switch their BOPS strategy.

6. Conclusion

This study analyzed how a retailer can adjust its prices and segmented consumers to solve profit optimization problems with fulfillment costs. We found that the retailer must form consumer segments according to their subjective probability and select the optimal strategy by setting appropriate prices.

To close, we discuss the limitations of our model because it relies strongly on certain simplifying assumptions. First, we assumed that when consumers choose to visit the physical store directly, they do not purchase if the product is out of stock. However, in reality, consumers may try to purchase online instead. While such an analysis would be more complicated, the motivation for choosing store purchase may be lower than it is in our model.

Second, we assumed that consumers' subjective probability is exogenous and uncorrelated with actual inventory. This setting contrasts with the rational expectations assumption of Gao and Su (2017) and Kusuda (2022) and ignores the information available for consumers. In the real world, retailers can provide consumers with their inventory status online and consumers can form their subjective probability based on such information. The analysis of optimal prices under such endogenous subjective probabilities thus remains an issue for future research.

Third, there was only one physical store in this model and consumers only used the Internet or the physical store. However, real-world distribution systems use a network of physical stores.

Analyzing the seamless connection between multiple physical stores is therefore another remaining issue for omnichannel analyses.

Finally, while we performed simple dynamic simulations, it is strictly a “myopic” model because the retailer determines the current prices and sales strategy based on the subjective probability of that period in a pointwise manner. Analyzing a “full” dynamic model in which the retailer determines the price paths throughout the season using a dynamic programming method is also an issue for the future.

Notes

- 1) Dynamic pricing models often use the assumption of Poisson arrival. See, for example, Gallego and van Ryzin (1997).
- 2) Indeed, their study collaborated with IBM Commerce.
- 3) Instead, some studies simply assume consumers' channel demand in a multinomial logit probability model. For example, see Equation (7) in Harsha, Subramanian, and Uichanco (2019).
- 4) For a survey of dynamic pricing models, see Bitran and Caldentey (2003), Elmaghraby and Keskinocak (2003), Talluri and van Ryzin (2006), and Chen and Simchi-Levi (2012).
- 5) However, this study's dynamic simulation is a “myopic” one in which the retailer observes only the current subjective probability to determine the current price, which is not a formal dynamic model.
- 6) See Kusuda (2022) for the actual BOPS systems implemented by online retailers such as Amazon.
- 7) The number 2 in this assumption is not essential to the discussion; it is just made for simplicity. In other words, even assuming $c = v/k$ ($k > 0$) does not lose generality.
- 8) This assumption is merely made for simplicity. In reality, such consumers could order online the same day after returning home, but this scenario complicates the analysis.
- 9) Again, we emphasize that the subjective probability is *completely exogenous* to the retailer, while being common knowledge to both the retailer and the consumers. The model that combines the price strategy with an endogenous subjective probability is left for future research.
- 10) Note that c represents half the value of the product, based on Assumption 2. In other words, if c is significantly larger than p_e , it indicates that choosing delivery is more preferable due to the more attractive online price.
- 11) In this utility setting, the only costs (disutility) other than the price borne by the consumer are c , d , and θ . Here, we might consider another disutility due to “waiting time” when ordering online. However, we ignore this problem by including such disutility in the shipping cost, c .
- 12) We use the word “stage” as it implicitly assumes that the subjective probability, θ , decreases over time.
- 13) Furthermore, as seen later, the consumer segment's pattern (and demand) depends on the size of δ . Therefore, without this assumption, there exists an infinite number of prices set (p_e, p_s) for the same δ , which leaves the solution undetermined.
- 14) This is because this analysis focuses only on the fulfillment cost problem. Moreover, we ignore the inventory amount in the fulfillment center and physical store in this analysis.

References

- Bitran, G. & Caldentey, R. (2003). “An overview of pricing models for revenue management”, *Manufacturing & Service Operations Management*, 5(3), 203–229.
- Chen, X. & Simchi-Levi, D. (2012). “Pricing and inventory management”, In *The Oxford Handbook of Pricing Management*, pages 784–824.
- Elmaghraby, W. & Keskinocak, P. (2003). “Dynamic pricing in the presence of inventory considerations: Research overview, current practices, and future directions”, *Management Science*, 49(10), 1287–1309.

- Gallego, G. & van Ryzin, G. J. (1997). “A multiproduct dynamic pricing problem and its applications to network yield management”, *Operations Research*, 45(1), 24-41.
- Gao, F. & Su, X. (2017). “Omnichannel retail operations with buy-online-and-pick-up-in-store”, *Management Science*, 63(8), 2478-2492.
- Harsha, P., Subramanian, S., & Uichanco, J. (2019). “Dynamic pricing of omnichannel inventories: Honorable mention—2017 M&SOM practice-based research competition”, *Manufacturing & Service Operations Management* 21(1), 47-65.
- Kusuda, Y. (2022). “Information effect of buy-online-and-pick-up-in-store in omnichannel retailing with store replenishment”, *Electronic Commerce Research and Applications* 52, 101127.
- Lei, Y., Jasin, S., & Sinha, A. (2018). “Joint dynamic pricing and order fulfillment for e-commerce retailers”, *Manufacturing & Service Operations Management*. 20(2), 269-284.
- Shpanya, A. (2014). “Why dynamic pricing is a must for ecommerce retailers”, <https://econsultancy.com/blog/65327-why-dynamic-pricing-is-a-must-for-ecommerce-retailers/>.
- Talluri, K. T. & van Ryzin, G. J. (2006). *The Theory and Practice of Revenue Management*. Vol. 68. Springer Science & Business Media.

Appendix Proofs of the propositions

Proof of Proposition 1

Region BE-L: From the definition of the region, it is $p_e \leq c$, which means $u_e \geq 0$ for all consumers; therefore, $D_e = c$. Next, denote the length of the interval of segment S_i by $|S_i|$ ($i = e, b, s$), and \bar{d}_b such that $u_b = 0$ by \bar{d}_b . Then, we have the following relationship:

$$|S_b| - \bar{d}_b = c - (2c - p_e) \geq 0 \Leftrightarrow p_e \geq c.$$

In this region, as $p_e \leq c$, $|S_b| \leq \bar{d}_b$, which means $D_b \equiv \min\{|S_b|, \bar{d}_b\} = c$.

Region BE-U: $D_e = 0$ because $p_e > c$. In addition, as $|S_b| > \bar{d}_b$, $D_b \equiv \min\{|S_b|, \bar{d}_b\} = 2c - p_e$.

Region SE-L: Because $p_e \leq c$ from the definition of the region, $D_e = c$. Denoting \bar{d}_s such that $u_s = 0$ by \bar{d}_s , we have the following relationship:

$$|S_s| - \bar{d}_s = (\delta - (1 - 2\theta)) - (2\theta c - \theta p_s) \geq 0 \Leftrightarrow p_e \geq c.$$

In this region, as $p_e \leq c$, $D_s \equiv \min\{|S_s|, \bar{d}_s\} = \delta - (1 - 2\theta)c$.

Region SE-U: As $p_e > c$, $D_e = 0$. In addition, $|S_s| > \bar{d}_s$; hence, $D_b = 2\theta c - \theta p_s$.

Region S: Similar to the above, we have $D_s = 2\theta c - \theta p_s$. ■

Proof of Proposition 2

Region BE-L: The retailer sells to consumers in segment S_e (demand c) at price p_e , which costs c_e per unit. Therefore, it obtains profit $(p_e - c_e)c$ in this segment. Similarly, the retailer obtains profit $(p_e - c_b)c$ from the consumers in segment S_b ; hence, total profit is $\pi = (p_e - c_e)c + (p_e - c_b)c$. This profit is maximized with respect to $p_e \leq c$, which determines the optimal price, $p_e = c$, and the profit, $\pi = (2c - c_e - c_b)c$, unless $2c - c_e - c_b \geq 0$.

Region BE-U: Because $p_e > c$, $D_e = 0$, and the profit can be obtained only from consumers in

segment S_b . Thus, the retailer maximizes $\pi = (p_e - c_b)(2c - p_e)$ with respect to p_e . Then, there is an interior solution in $(c, 2c]$; therefore, $p_e = \frac{1}{2}(2c + c_b)$. The profit is $\pi = \frac{1}{4}(2c - c_b)^2$.

Region SE-L: From Proposition 1, the profit to be maximized is

$$\pi = (p_e - c_e)[(3 - 2\theta)c - p_e + \theta p_s] + (p_s - c_s)[-(1 - 2\theta)c - \theta p_s + p_e].$$

From $(p_e - \theta p_s)$ in **Figure 5**, the slope of the iso-profit curve at profit level $\bar{\pi}$ is

$$\left. \frac{dp_e}{d\theta p_s} \right|_{\bar{\pi}} = - \frac{(3 - 2\theta)c + c_e - c_s - 2p_e + (1 + \theta)p_s}{-(1 - 2\theta)c - \theta c_e + \theta c_s - 2\theta p_s + (1 + \theta)p_e} \cdot \frac{1}{\theta}.$$

However, if p_s , whose slope is 0 when $p_e = c$, is p_s^* , then $\theta p_s^* > (2\theta - 1)c$; hence, the solution in Region SE-L is the corner solution: $(p_e, \theta p_s) = (c, (2\theta - 1)c)$ (point A in **Figure 5**). If $(3\theta - 1)c - \theta c_e - \theta c_s \geq 0$, the profit is non-negative, meaning that this price is the optimal solution and the profit is $\pi = \frac{1}{\theta}[(3\theta - 1)c - \theta c_e - \theta c_s]c$.

Region SE-U: Because $D_e = 0$, the retailer only earns the profit from segment S_b and maximizes $\pi = (p_e - c_b)(2\theta c - \theta p_s)$. Then, there is an interior solution in $(\frac{1}{\theta}(2\theta - 1)c, 2c]$; thus, $p_s = \frac{1}{2}(2c + c_s)$. The profit is $\pi = \frac{\theta}{4}(2c - c_s)^2$.

Region S: Because there are no interior solutions, the corner solution $(p_e, \theta p_s) = (2c, (2\theta - 1)c)$ is optimal (point B in **Figure 5**), which is non-negative if $(2\theta - 1)c - \theta c_s \geq 0$. The profit is $\pi = \frac{1}{\theta}[(2\theta - 1)c - \theta c_s]c$. ■

研究ノート

スラッファ『商品による商品の生産』第Ⅱ部の 経済学史的意義について

浮 田 聡

The Significance of Sraffa's *Production of Commodities by means of Commodities, Part II*, in the Context of History of Political Economy

UKITA, Satoru

Abstract

Piero Sraffa's *Production of Commodities by means of Commodities* shows one of the most progressive possibilities in the non-marginal economic analysis, which does not lie primarily in the notion of Standard Commodity in the part I of the book but in the insights and approaches developed in the part II. The first one of them is the treatment of fixed capital as a joint product, which was originally devised by Robert Torrens, and the second is the theory of rent as a price of non-produced means of production, which is originated by David Ricardo's theory of differential rent. It should be notable that all of these Sraffa's ideas are supposed to be inspired directly by editing the works of David Ricard. Sraffa, however, lays stress on intensive rent, rather than Ricardian extensive (differential) one. This note intends to clarify any such historical background of Sraffa's theory and quest for a new possibility of its utilisation into the economic analysis which Sraffa himself did not ever refer to.

目 次

はじめに

1. 不変の価値尺度
2. リカードとトレンズからの啓発：労働価値論と資本価値論
3. リカードからの啓発：機械論

4. トレンズからの啓発（モデルの類似性）
5. スラッファの固定資本の扱い
6. リカードの地代論
7. スラッファの土地の扱い
 - 7-1. 外延的差額地代
 - 7-2. 内包的地代と経済の活動水準
8. 多生産物体系としての拡張されたスラッファ体系

はじめに

ピエロ・スラッファ（Piero Sraffa）は、生涯わずか1冊の著作、それも100ページに満たない小冊子を記して以来、60年余年が経過した今日なお、絶大なる影響力を維持し続けている。スラッファの『商品による商品の生産』¹⁾（以下、『商品の生産』と略記）において記述されるいくつかのモデルは「スラッファ体系」と総称され、しばしばレオンチェフ（Wassily Leontief）体系、フォン・ノイマン（John von Neumann）体系と並列表記され、またときにリカード（David Ricardo）のモデル、マルクスの理論体系ともその類似性を前提に議論が展開される場合もある。こうしたことの背景には、なにより、スラッファ体系がこれらの体系と共有している、経済の「再生産構造」の視座の存在がある。別の表現をするなら、ケネー（François Quesnay）の経済表²⁾にその源を発し、リカードのモデルとマルクスの再生産表式を経て、レオンチェフの産業連関表³⁾へとつながる、古典的な再生産構造の視点が、スラッファの『商品の生産』とフォン・ノイマン・モデル⁴⁾によって復権したとすることができる。

『商品の生産』の最大の特徴の一つは「非集計（Disaggregated）システム」、つまり異質なものを異質のまま認識するシステムの構築、これがインプリシットに企図されている点である。異質なものを単一の数量に集計するには、すべてのウェイトが既知である必要があるが、それらのウェイトが、仮に均等だとしても、集計値に依存するものであれば、論理矛盾に陥ってしまう。スラッファは、こうした難点をもつ集計手続を放棄し、代替的な接近法としての非集計モデルに向かった。

もう一つ、スラッファ体系はもともと自由度2のシステムである。分配関係を論じるという目的のためにはこれより自由度を1つ減らした相対価格体系が都合がいいことは自明であるが、この自由度1の体系を、ワルラス流に無理に閉じることは可能である。労使間交渉や労働市場の需給関係から賃金率を先決するか、あるいはアニマルスピリッツを定式化した投資関数によって利潤率を、成長率とともに説明するか、そのどちらでもいいし、それ以外のどんなものでもかまわない。要はスラッファにとってはどうでもいいことなのである。重要なことはこの体系が「開いている」という事実だけである。

開いたままにしているのにはもう1つ理由がある。それはスラッファ体系が経済活動の水準を説明する理論体系ではけっしてないことを物語っている。経済社会における生産関係の記述という目的の前では、経済規模を規定することにたいした意味を見いだせなかったのであろう。その意味でも古典派、とくにリカードの視座に通じる部分がある。だからといって景気循環や経済成長が重要な現代的テーマであることは否定できないのだから、数量体系とともに、少なくともなんとかして合理的に閉じるだけの必然性は存在する。

スラッファは、いまひとつの偉業、『リカード全集』⁵⁾の編集作業とその「総序」、「編者序文」、解題等の執筆に膨大な時間と労力を費やし、その過程で数多くの示唆と問題意識が引き出され、

それらが『商品の生産』におけるいくつもの新機軸として結実したことは想像に易い。リカードは、『経済学および課税の原理』（以下、『原理』と略す）⁶⁾のなかで、労働価値論を適用すべきでない例外のすべてを1つ1つ、渾身の力を込めて片づけていく作業のなかで、完全なる決着をみることができなかつた問題が少なくとも3つ存在している。その第1は、不変の価値尺度（Invariable Measure of Value）探求の問題、第2に、投下労働価値と生産価格との関連付けの問題、第3に機械論（On Machinery）の問題であり、『リカード全集』の編集を終えたスラッファは、リカードが残したこれらの問題に真摯に向き合った結果を纏める決意に至ったものと思われる。

1. 不変の価値尺度

賃金が増加したとき、価格はどのように変化するかという難問に対し、それを論じるためにリカードは分配の変化から独立した不変の価値尺度の探求へと向かい、最終的に金という「近似的に不変の」価値尺度を提示するに留まった。⁷⁾ この問題の完全なる決着は、スラッファの手によるものであるが、それにはリカード『原理』から100年以上の時間を要することになる。スラッファの提示した不変の価値尺度である「標準商品（Standard Commodity）」は、投入係数行列の右固有ベクトルが生産する純生産物であり、その価値をヌメレール（Numéraire）に採ることにより、分配関係は相対価格から独立した線形の関係式として表示することができる。⁸⁾

しかしながら、後述の、固定資本を含むような結合生産を許容する場合、標準商品を構成する乗数に負の値を生じる可能性があり、その場合には、線形の分配関係はもはや有意なものではなくなってしまう。これについては、スラッファ自身が述べているように、適切な技術的工夫を施すことによって負の乗数の発生を回避することは可能であるが、⁹⁾ そうした措置は、標準商品の概念の普遍性と有用性を損なうことになるばかりのようにおもわれる。さらには、標準商品の概念そのものは、生産技術に随伴する固有ベクトルという数学的性質から導かれる論理的構築物であり、それはあくまでも、リカード以来の不変の価値尺度の問題を解決するために考案されたものであり、それ以上の意義を持つ概念とは考え難い。スラッファが『商品の生産』のなかで、主要な分析対象としたのは別のところにあると考えられる。そのひとつはもちろん、同第Ⅱ部における固定資本や生産されない生産手段を含む生産にあるわけだが、『商品の生産』全体を通してのもっとも核心的な概念となっているのは「基礎財と非基礎財の区別」¹⁰⁾ だと考えるべきである。

2. リカードとトレنزからの啓発：労働価値論と資本価値論

リカードの同時代人で、同じようにスラッファの思考に影響を与えたとされるロバート・トレنز（Robert Torrens）は、リカードの労働価値論¹¹⁾を批判し、諸商品の交換価値は「直接労働」ではなく、「資本」に基づく「蓄積労働」、つまり過去から資本に蓄積された間接労働にもつばら依存するとし、投下労働に基づく労働価値論ではなく、資本価値論を展開した。¹²⁾ 彼は『富の生産に関するエッセイ』でも、「等しい資本の生産物は等しい交換価値を持つ」という論文を発表した。¹³⁾ ところが、トレنزの価値論は、資本価値の部分に相当する「蓄積労働」の概念に曖昧さやぶれを残しており、また、トレنزが交換価値の基礎として定義する「資本量」には、その資本財の生産に投下された労働量を示す場合と、その資本財を提供することによって得られる労働量またはその資本財が交換において支配できる労働量を示す場合と、2種類の異なる概念が混在している。後者はもちろん、アダム・スミスの支配労働量に相当するものであるが、いっばんに投下労働量

と一致する保証はない。じつは、スラッファの標準商品を価値尺度に採ることは、所与の利潤率のもとでの相対価格を、標準商品をもって購入することのできる労働量によって表示していることになる。¹⁴⁾

しかしながら、価値や価格の情報なしに「資本」の測定は容易ではない。リカードは、資本労働比率（資本の有機的構成）が部門間で均一でない場合、価値は体化された労働量に比例しないことを認知していた。そして、利潤率がゼロの場合、「完全な」労働価値論（Labour Theory of Value）が成り立つが、正の利潤の存在自体は、リカードの労働価値論を無効にするものではない。価値理論におけるこの問題の満足のいく解決策は、スラッファの利潤と価格の同時決定理論まで待つことになる。賃金率がゼロの場合には、「完全な」資本価値論（Capital Theory of Value）が成り立つこと、そして資本の有機的構成が均一の場合には、「完全な」労働価値に対応した価格と「完全な」資本価値に対応した価格とが一致することがわかっている。しかしトレンズは、投下労働量によって決定される価値と平均利潤によって決定される生産価格（自然価格）とが一致しないことを説得的に主張し、リカードの労働価値論を退けようとした。これを受けたリカードは、『原理』第3版（1821）で価値論修正を余儀なくされる¹⁵⁾が、それでもリカードは整合的な修正論を展開することができず、最後までトレンズを論破することは叶わなかった。トレンズの資本価値論については、スラッファも認知していたが、スラッファは資本価値論が適用されるのは、ゼロの賃金率に対応する極大利潤率が支配する特殊ケースにおいてのみと考えていた。

その後この転形問題（Transformation Problem）は、マルクス経済学における最大の難問として発展的に継承され、長きにわたりおびただしい数の論叢が繰り広げられたことは周知の事実である。その第2期と呼ばれる論争を経て、今日までに、置塩信雄や、イアン・ステードマン（Ian Steedman）¹⁶⁾らスラッフィアの主張するように、投下労働価値と生産価格との比例性を不要なもの、あるいは投下労働価値説自体を不要なものとする見方が支配的となっている。

3. リカードからの啓発：機械論

第2の問題は、リカード機械論の不具合である。折しもラッドライト運動（Luddite）に端を発する、資本による労働の代替可能性と有効需要論をめぐる活発な議論¹⁷⁾がほぼ出揃った頃、リカードは当初、機械の導入は労働者階級を含む全階級に利益をもたらすものと考えた。機械の導入が経済の一部の部門に失業をもたらすとしても、経済の他の部門で労働者を新規に雇用するのに用いることができる資本は残存しており、実際に新規雇用が生じるであろうから、労働者階級もまた、機械導入による生産性上昇と生産物価格の低下による利益を受けると考えた。

ところがリカードはこのあと『原理』第3版第31章で、上記の考察は、純所得が増加するときにはつねに総所得も増加するという、間違った想定によるものとし、純所得は増加するが総所得が減少する場合には機械導入は労働者階級には不利益となると主張する。¹⁸⁾ さらにリカードは、数字例を用いつつ、再生産過程における流動資本の固定資本への転化により、機械導入は総所得と雇用を減少させることを論じている。しかしながらリカードは、同章の後半で、蓄積過程のなかでの機械導入に言及した際には、増加した純所得が再投資されることで、機械導入はすべての階級に利益となるという立場を再度表明している。

森嶋（Morishima, Michio）もまた、セー法則およびパレート改善の立場から、リカード機械論に批判的な立場を示している。¹⁹⁾ 彼は当初から総生産物の減少を排除し、かつ固定資本の価値が生産物に移転される形でリカードの議論を読み替え、雇用減少という帰結を排除しようとした。

いずれにせよ、リカードの新旧機械論が十分な説得力を欠く背景には、固定資本の価値が生産物に転化される技術的関係を記述した枠組みのなかで論じられていない点が指摘できよう。スラッファはこうした枠組みを、『商品の生産』第Ⅱ部 多生産物産業と固定資本のなかで提示したわけであるが、以下の節では、それこそが『商品の生産』執筆の最大の眼目とするところであったと推察する見解を論じる。

4. トレンズからの啓発（モデルの類似性）

トレンズは、『対外穀物貿易に関する一論』（1815年）で、トレンズ版比較生産費説により、分業を促進する貿易の利点を強調し、「地域分業（Regional Division of Labour）」という概念を提示した。その後トレンズは、リカードの労働価値説を批判して、資本の有機的構成の不均等、産業ごとの固定資本・流動資本比率の違い、固定資本のヴァインテージの違いによる例外の重要性を指摘した。その結果、労働価値理論は否定されるが、商品の生産に使用された資本の価値に基づいて商品の相対価格を決定する場合には、さまざまな種類の生産手段で構成される資本の価値をどのように説明できるだろうか？ トレンズが分析を説明するために使用した単純な数値例には、リカードの批判を超えて、生産価格の現代理論を発展させるための貴重な指針が含まれていた。

トレンズの体系はスラッファの『商品の生産』の体系と形式的に同等な物的枠組みを用い、分配率と相対価格を決定し、経済成長の可能性を評価するための基礎を明らかにした。²⁰⁾ トレンズが強調するように、もし各部門で剰余のすべてが当該部門の蓄積目的に充てられる場合、2つの部門の成長率は等しく、利潤率も均等となる。競争が支配するなか、均等利潤率が成立し、労働も資本と同様前払いされるものとしたモデルにおいて、固定資本が前払いされる資本の成分として導入されるとき、生産期間の期末時点でのその固定資本の残存価値分が各産出物に加算される。²¹⁾ 2種類の生産過程で、使用される資本が等価値で、耐用性の度合い（ヴァインテージ）が等しいとき、生産される財は等しい価格をもたなければならないが、資本財の数量は同一でも、耐用性の度合いが異なる場合、生産される両財の価値は互いに異なり、投下労働量とも無関係になる。このとき、各財の異なる価値に、生産物に転嫁されなかった各固定資本の残存価値をそれぞれ加算した合計は等しくなる。²²⁾

ただし、中古機械を再び生産に投入する前提になっていない点で、重大な欠陥を持つ固定資本モデルだといえる。その点も含めて、リカード・モデルと同様、固定資本を含んだ「産業連関の視座」を欠いたモデルである点も指摘されるべきである。

5. スラッファの固定資本の扱い

『商品の生産』の第Ⅱ部では、流動資本のみで生産される単一生産物の世界を扱った第Ⅰ部と異なり、固定資本（結合生産物）と生産されない生産手段の存在を容認した多生産物産業の体系をめぐる議論が展開される。ここに、需要と供給のせめぎあいがながしかの意味をもつ世界があるとすればそれはたかだか、需要の変化に対してゼリーのよう瞬時に供給を調整しうる流動資本のみの世界であり、ひとたび固定資本の存在を容認すればまるで違ったルールが支配すると考えたスラッファの洞察がみてとれる。それは、固定設備はその固定性ゆえに、いったんインストールされたらたとえ需要が変化してもそうかんたんにゼリーのよう切り刻んで調整することはできないという自明の事実立脚している。²³⁾ スラッファは、需要の変化よりもなによりも資本

の費用であり収益でもある減価償却と利子費用、つまりは生産技術のほうがはるかに大きく生産関係を規定するような局面を想定していたと考えるべきであろう。もっとも、これは「生産価格」ないしは「自然価格」の説明であって、生産物がひとたび市場に供出されると需要の影響を免れないこともまた自明であり、それゆえに古典的コンバージェンスの議論にも存在理由があることになる。さらには、明確な超過利潤が存在していても、固定設備の巨額なインストール費用が参入障壁となって新規参入を阻んでいるようなケース（既存企業がその平均費用曲線の逡減部分で操業している場合）がしばしば起こりうるという事実も念頭に置く必要がある。

スラッファは、固定資本を含む体系の価値決定にあたり、固定資本を、生産過程から生じる新しい商品（最終生産物）とは別個の商品（中間生産物）として概念化し、期末に残された、1年だけ古くなった中古機械を、最終生産物とともに結合的に生産される「結合生産物」とみなす古典的な方法²⁴⁾を採った。この方法はいわば、「ストック変数のフロー変数化」である。

まずはじめに、最終財と中古機械を結合生産する各生産課程を機械のヴィンテージ順に並べ、 $(1 + \text{利潤率})$ のべき乗を順次加重していけば、すべての中古機械を消去した架空の統合された体系が得られる。もとの体系と同じように経済の産業連関構造を反映したこの統合体系において、新品の機械は、生産過程が生み出す新しい商品の数々と同様、最終財としてその生産費から価格が決まってくる。 t 年を経過した中古機械の帳簿価値を表わす t の関数は、 $t = 0$ としたときに、産業連関構造から決まる新品の機械の価格に等しくならなければならない。

機械にかんする年々の費用（利子支払および減価償却費）は、機械の効率が不変だとを仮定すれば、一般利潤率を基礎として新品の機械の価格に相当する現在価値をもつ「確定年金」²⁵⁾に等しくなることは、リカードやトレنزならずともよく知られた関係式である。スラッファはこれと同じ関係式を、『商品の生産』第I部：単一生産物の体系と同様の、相互依存の産業連関構造の枠組みのなかで導き出す。しかも、効率不変の仮定を必要としないかたちで。

機械にかんする年々の費用（もしくは収益）を、その利子費用（前期の帳簿価値に対して）と減価分の補填費用（今期の帳簿価値—前期の帳簿価値）との合計として定義することにより、時間 t にかんする1階の差分方程式を得る。この解は、 t 年を経過した機械の帳簿価値が、残存期間における機械にかんする年々の費用の流列を現在時点に向けて資本化した場合の価値和、言い換えると、その将来にわたる費用を期間ごとに利率で割り引いた現在価値の総和に等しいことを示す。機械の効率不変の仮定はもはや不要となり、機械の効率の変化の仕方は機械にかんする年々の費用の変化の仕方として捉えることができるようになる。これにより、機械の効率が上昇・一定・低下といった一般的な変化を示すようなケースにおいても、中古機械の帳簿価値を正しく定義することができ、後述の中断問題にも対応できるようになる。また、さまざまな利潤率の水準に対し、機械の効率の変化に合わせた最適な減価償却の方法を導き出すことも可能になる。

結合生産物の体系にあっては、商品（中古機械）の価格の非負性はいっばんに保証されない。帳簿価値が負になるような中古機械を用いる生産過程には余分な費用がかかっていることになり、プロフィットブルではない。利潤率のさまざまな水準に対して、中古機械の帳簿価値が負になるようなすべての生産過程が中断されるというルール、²⁶⁾が適用されるならば、利潤率と賃金率表示の最終財価格とは確実に同じ方向に変化する、つまり利潤率と賃金率の相反関係が確実に維持される。ここで、ヴィンテージの異なるさまざまな機械を用いて同一の最終財が生産されているとき、同一の最終財のすべての1単位に同一の価格を与える再生産構造でなければならないというのが、整合性のある再生産構造という意味でもっとも重要な点である。あらゆるケースにおける中断の問題を明確に定式化することができれば、ケインズの投資の限界効率の概念に代わる、より説得

的な投資選択理論につながる可能性を持つ。ただし、中絶の問題はかなり複雑である；中古機械の帳簿価値が負になる生産過程を中絶することが、同じように帳簿価値が負になるはずだった別の生産過程の中古機械の帳簿価値が正に転じる可能性が生じる。

そして、リカード機械論に決着をつけるためには、スラッファの固定資本体系のみでは有用な結果を導き出すことはできない。2つの均等な資本の有機的構成が支配する代替的な生産技術のあいだで、利潤率、もしくは標準商品で表示された賃金率の変化に対応して、有利な生産技術がどのように切り換わっていくかをみていく必要がある。これはもちろん、『商品の生産』第Ⅲ部「生産方法の切り換え」²⁷⁾での議論にかかわってくる問題でもある。

6. リカードの地代論

アダム・スミスは、自然の増殖力が労働と同様に生産要素として価値を生み出し、その報酬として地代が生じるとする、土地の持つ重農主義的な性質に立脚した地代論を展開した。リカードは「社会の進歩につれて、第2級の肥沃度の土地が耕作されるようになったとき、地代はただちに第1等の地質の土地に発生し、そしてその地代の額はこれら二つの土地部分の地質の差に依存するであろう」²⁸⁾と記述し、差額地代論(Differential Rent Theory)を主張した。リカードの地代論は、19世紀初頭にあつては革新的な理論であり、後世の経済地理、産業立地論の基礎を与えることになるものである。

同一の穀物を生産する品質の異なる土地が併存し、最優等地における穀物だけでは経済の需要を満たすことができず、劣等地がつぎつぎに生産に駆り出されていくとき、劣等地での生産は優等地での生産に比べて、同量の穀物を生産するのにより多くの労働投入を必要とするため、穀物の価値は、最劣等地(=限界地 Marginal Land)における投下労働量で決まることになる。したがって、優等地で生産された穀物は市場において、その生産に投下されている労働量に対応する価値を超える交換価値(市場価格)をもつが、劣等地で生産された穀物と同一の価格で販売される必要から、優等地での生産は超過利潤をもたらすものとなる。しかし、やがて競争が超過利潤を求めての参入を引き起し、超過利潤がゼロになったところで参入は止まり、そこでは優等地に(差額)地代が発生している。こうしたプロセスが需要の拡大とともにつぎつぎに進行し、最劣等地以外のすべての品質の土地の差額地代が騰貴していくことになるが、最終的にどの程度の地代となるかは、穀物に対する経済全体の需要の大きさに依存する。²⁹⁾

7. スラッファの土地の扱い

しかし、リカードの地代論は、固定資本の扱いと同様に、経済を相互依存関係のなかで捉えるという産業連関の視点を欠いている。このためスラッファは、自らの再生産体系のなかで、すべての生産過程に生産手段として現われるが、いっばんに産出として現われることのない「商品」、つまり投入係数行列の当該行はすべてゼロでない要素をもつが、産出係数行列の当該対角要素はゼロとなる商品として、品質(肥沃土等)の異なる土地を導入する。

スラッファは、『商品の生産』第Ⅱ部 第11章 土地において、地代の発生源を次のような2つにわけると述べている：①肥沃度等品質の異なる土地を用いて、生産方法を異にする複数の生産過程で同一の最終財が生産されるとき、同一の最終財に同一の価格を与える必要から、同率の賃金を支払い、同率での利潤を確保したのちの残余を差額地代とする(外延的地代 Extensive Rent)。②同一の品質

の土地についても、そこでの追加的な投資が収穫逡減に服する場合にはやはり、同一の最終財に同一の価格を与える必要から、同率の賃金を支払い、同率での利潤を確保したのちの残余が差額地代として発生する（内包的地代 Intensive Rent）。

7-1. 外延的差額地代

生産されない生産手段を含む体系における外延的地代および内包的地代についてのスラッフアの示唆は、クアドリオ・クルッツォ（Quadrio-Cruzio, Alberto）やハインツ・クルツ（Kurz, Heinz, D.）らにより再定式化され、多面的な検討がなされてきた。外延的地代のモデルでは、肥沃度のちがいあるいは土地収益性のちがいなど、品質の異なる K 個の土地を使用して生産する最終財は1種類、これに加えて、土地を使用しないで生産される m 個の最終財を想定する。生産に使用する土地のうちの1つ、すなわち最劣等地の地代は発生しないものとする。³⁰⁾ 地代ゼロの土地は他の無償の天然資源等と同様、生産方程式の左辺から消え失せ、この無償の土地を使用して最終財を生産する生産過程のみが、標準体系に入ることになる。したがって、この外延的地代を含む体系は、 m 個の最終財価格、利潤率、賃金率、 $K-1$ 個の地代（ゼロの地代を除いて）の $(m+K+1)$ 個の未知数に対し、方程式は $(m+K)$ 本の体系なので、スラッフアの単一生産物の体系と同様、自由度1の体系である。すなわち、さまざまな利潤率の値に対して、ニューメレール表示の賃金率と相対価格が1組ずつ決まることになる。

このモデルでは、どの品質の土地の地代をゼロとするかによって、それぞれ利潤率-賃金率のフロンティアが1本ずつ描かれることになる。そして、負の地代が発生することを避けるには、与えられた利潤率のもとで、もっとも低い賃金率を生じる土地を最劣等地として、その地代をゼロにする必要がある。つまりは、土地の品質自体、分配関係に依存しているわけである。³¹⁾ しかるに、土地を使用するすべての生産過程で資本の有機的構成が均等であるような特殊な場合を除いて、最劣等地はいっばんに、与えられる利潤率しだいで変わるものであり、ときに最劣等地だった土地が、利潤率の上昇によりいったんは別の土地が最劣等地に変わるが、さらなる利潤率の上昇によりふたたび最劣等地に戻るような、『商品の生産』第Ⅲ部の生産方法の切換えと同様の現象も起りうる。

7-2. 内包的地代と経済の活動水準

スラッフアは、『商品の生産』では扱わないことをその序文で明言した「経済活動の水準の変化」³²⁾ について、『商品の生産』第Ⅱ部 第11章、第88節「外延的ならびに内包的収穫逡減に対する地代の関係」のなかで簡潔に論じている。「単一の品質の土地で穀物を生産する2つの方法の併存を、土地における生産の漸次的増大の径路における一局面とみなし」、³³⁾ 地代の騰貴と生産方法の切り替えを伴いながら生産が増大していく可能性を示した。

こうしたプロセスは次のような展開で進んでいく。すべての希少な土地の品質が均一で地代も同一であれば、異なる技術を使用する2つの生産過程をとっても、非負の地代を発生させないためには、土地単位当たりの最終財生産量が大きい生産方法は、最終財単位当たり高い費用を生じることを意味する。これより、需要が増加する場合には、より高い費用でより大きい生産量を実現する生産方法が採用され、地代の上昇を介してさらに高い費用でさらに大きい生産量を実現する生産方法へと順次移行していく。このことは、土地が希少であることを考え合わせると、需要が増大していく局面では、より少ない土地を使用してより大きな生産量を実現するためにより高い費用をかける生産方法へとつぎつぎに切り替わっていき、その過程で均一の単位地代は着実

に騰貴を続けることを示している。最終的にたどりつく単位地代がどの水準なのかは、耕作（土地利用）がどこまで進むかにかかっているが、耕作がどこまで進むかは、経済の活動水準に依存するから、分配率の相互関係を先決してもほとんど意味がなくなってしまう。

内包的地代の動学は、生産費の構造を記述した価格体系に加えて、需要の変化がもたらす経済活動の水準を変数とする、同一の産業連関構造に基づく数量体系とによる一般均衡を考慮する必要がある。『商品の生産』にあつては、価格体系の双対体系としての数量体系については明示されることはなかった。

8. 多生産物体系としての拡張されたスラッファ体系

スラッファは、経済の需要面が不要なものと考えているわけではなく、需要と供給の相互作用が重要な機能を果たすことはなく、需給をクリアする「均衡」価格と、生産資源間の所得の分配との間に必然的な結びつきはないと考えるものである。一般均衡論的な需給均衡を成立させる需要や供給とは異なり、スラッファ体系は生産技術に体现された個別の商品に対する需要と、数量体系における消費と投資となって現出する需要とを扱う。超過需要に価格を反応させる調整をスラッファ体系に導入すること³⁴⁾は可能であるが、先述したように、需要が変化し、価格が変化したからといってそれに対応する生産サイドの調整は限定的であり、固定設備の中断による対応がせいぜいである。

生産されない生産手段の価値決定、これをどう説明するか。差額地代論に代わる、より洗練された理論的説明が求められるところである。スラッファは『商品の生産』第Ⅱ部において、土地を労働、さらには固定資本と同様に、「フロー」として扱う可能性を示唆した。この類推により、枯渇性資源やエネルギー、情報インフラといった生産手段あるいは生産要素についても同様の扱いを施す可能性が出てくる。そして、比較生産費による交易条件の決定、これもまた商品の異質性および結合生産による重層的な攪乱を余儀なくされよう。スラッファ体系はこれらの難題の1つ1つに対する、有効な分析用具となる可能性を有する。

スラッファの、生存のための生産（単純再生産）から剰余を含む生産（拡大再生産）へと移行する議論はその延長線上で、価格体系に加えて、数量体系を明示的に導入し、年々の純生産物が消費と投資に回されるような成長経済の状態を記述する双対体系のモデルを生み出すことになった。もっとも、フォン・ノイマンは早くに、価格体系における利潤率の対応物として、数量体系における経済成長率を導入し、スラッファの体系の一般化ともいえる体系の構築に成功している（Neumann-Sraffa System）。³⁵⁾ 実際、リカード分配論の動学的帰結を検証するためにも、また最終需要の変化と内包的地代の動学を本格的に分析するためにも、フォン・ノイマン体系と同様の双対モデルが必要となってくる。一方で、分配を論じるには都合の良いスラッファ体系は、賃金後払いモデルの宿命として長期にわたる動学的挙動にかんしては、明確なかたちで時間経路が得られにくいという欠陥をもつ。労働を再生産可能な流動資本と同様に扱う、フォン・ノイマンの多部門モデルあるいは動学的レオンチェフ・モデルを利用した動学分析、たとえば枯渇性資源にかんする長期分析については、すでに一定の成果が得られている。³⁶⁾ このように、スラッファ体系は単一生産物の体系と結合生産物の体系の2つのモデルだけではなく、土地のような生産されない生産手段を含む体系（単一生産物体系あるいは結合生産物体系）、フォン・ノイマン・モデル、動学的産業連関モデルといったさまざまなタイプの「再生産モデル」、パシネッティの垂直統合システム（Vertically Integrated System）³⁷⁾などを、ここでは「拡張されたスラッファ体系（Extended

Sraffa System)』と呼ぶことにし、これらを分析目的に応じて使い分けることにより、より有意な結論を引き出す可能性を高めることができるものと考えられる。

またスラッファ体系は、リカード体系のみならず、マルクスのいう資本制経済の論理の1つ1つをも検証し、明らかに言えることとそうでないことを切り分けるためのチェック・システムとしての機能をもっていると言える。分配における資本家の優位（パシネッティ均衡 Pasinetti's Equilibrium）、転形問題（ステイードマンのフォーク Steedman's Fork）、マルクス基本定理（置塩定理 Okishio's Theorem）、代替定理と非代替定理（Substitution Theorem and Non-Substitution Theorem）、これらの、さまざまな「拡張されたスラッファ体系」に基づいた分析結果は、マルクス経済学が少なくとも労働価値論や転形問題から解放されたことを示すと同時に、マルクス主義の可能性の中心の在処を判断するうえでも、分析的に大きく進化したことを示唆している。

最後に、これはスラッファ体系のもうひとつの特徴とも関連するのだが、経済を本来動的なものとしてとらえる必要があるとしたら、そのダイナミズムの源泉をどこに求めるかということ、それは均衡の不安定性、市場の不完全性、期待形成の不完全性、情報の非対称性、アニマル・スピリッツのうつろいやすさ、その他多くの可能性が模索されてきたわけであるが、これらのダイナミズムの源泉にはおそらく、経済を構成する要素にかんする「異質性」あるいは「多様性」といった本質的な特性が伏在するのであり、それらの関係性を表現するにあたり、集計手続を放棄し、もっとも自然的に記述したシステムがスラッファの再生産モデルであるといつてもよいかもしれない。

注

- 1) Sraffa, P. (1960)
- 2) Quesnay, F. (1759)
- 3) Leontief, W. (1936) ワルラスの一般均衡理論の現実の経済への適用であると同時に、ケネーの「経済表」のアメリカ経済への適用の試みと評される。
- 4) von Neumann, J. (1945)
- 5) Ricardo, D. (1951-73)
- 6) Ricardo, D. (1819)
- 7) Ricardo, D. (1819) 邦訳 pp. 93. ff.
- 8) 単一生産物のスラッファの体系は、価格体系： $\mathbf{p} = (1+r)\mathbf{p}\mathbf{A} + w\mathbf{l}$ および数量体系： $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{y}$ といったかたちで表わされるが（ただし、 \mathbf{p} は価格ベクトル、 \mathbf{A} は投入係数行列、 r は利潤率、 w は賃金率、 \mathbf{l} は労働投入係数ベクトル、 \mathbf{x} は産出量ベクトル、 \mathbf{y} は純生産物ベクトル）、この双対体系において、 $\mathbf{y}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x}^* = \mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{x}^*$ として定義される合成商品が標準商品であり、この価値 $\mathbf{p}\mathbf{A}\mathbf{x}^*$ をニュメレールに採り、総労働量 $\mathbf{l}\mathbf{x}^*$ を1と規準化すれば、分配関係は、 $r = R(1-w)$ といった線形の関係式（ R はゼロの賃金率に対応した最大利潤率で、 $R = \frac{1}{\lambda_m} - 1$ 、 λ_m ： \mathbf{A} の右固有ベクトル \mathbf{x}^* に属するフロベニウス根）として表示しうる。このような表記が一般的に用いられるようになったのはもちろんスラッファ以降のことである。ただし、スラッファ自身は、総労働量の規準化は行わず、賃金率に代わって、標準純生産物に占める賃金シェア ω を用いて、 $r = R(1-\omega)$ と表示している。
- 9) Sraffa, P. (1960) 邦訳 pp. 121-122
- 10) 「基礎財」の生産条件は、利潤率とニュメレール表示の相対価格との関係を規定するにあたり、中心的な役割を果たすが、「非基礎財」の生産条件はそうではない。
- 11) Ricardo, D. (1951-73) I, p. 14 「諸商品は、それが効用を有するかぎり、その交換価値を2つの源泉から引き出す、すなわち、諸商品の稀少性からと、それらを取得するのに要する労働量からとである」。
- 12) 「資本家と労働者が区別されるとき、商品の交換可能な価値を決定するのはつねに資本の量であり、生産に費やされる労働の量では決してない (Torrens 1818, p. 207)」。
- 13) Torrens, R. (1821) pp. 25, ff. なお、トレンズの資本価値説については、スラッファも Sraffa (1960) 邦

訳 付録D文献引証4において、トレنزの「ひとしい資本の使用から得られる結果は、ひとしい価値を持つ」とする資本価値説を、「特殊な理論」として認知していたことがうかがわれる。

- 14) Sraffa, P. (1960) 邦訳 付録D文献引証2において、スラッファは「両極端の中間としての標準的価値尺度の概念もまた、リカードに属する。そして、以外にもここでそれから引き出された標準商品が、アダム・スミスによって示唆され、リカード自身が決定的に反対した標準、すなわち「支配労働」にごく近似したあるものと同値であることが分かる」と記している。実際、注8) のとおり、標準商品の価値をニュメレルに採ることで得られる線形の関係式、 $r=R(1-w)$ より、 $\frac{1}{w} = \frac{R-r}{R}$ の関係を得るが、この右辺は、標準商品（その価値は1）で買うことのできる労働量、つまり支配労働量を表わしていて、これより相対価格が標準商品が支配する労働量によって表示されていることになる。
- 15) Ricardo, D. (1821) *On the Principles of Political Economy, and Taxation*, 1817, 3rd ed., in *The Works and Correspondence of David Ricardo*, vol. 1, Cambridge University Press 1953. (『リカード全集』刊行委員会訳『リカード全集』(全11巻) 第1巻 雄松堂, 1969-99).
- 16) Sraffa, P. (1960) 邦訳 pp. 58, ff. スラッファは価格の、現在と過去の体現された労働の、「日付のある労働量への還元」の項で、その最初の証明を暗に与えているが、(Ibid. pp.112, ff.) 固定資本を含む体系では、負の帳簿価値を持つ中古機械が発生する可能性があり、日付のある労働量への還元は不可能となる。したがって、労働価値を生産価格に関連付けることは意味を失う。第*i*商品の競争的価格 P_i は、賃金率を標準商品で測って、 $P_i = \sum_{n=0}^{\infty} l_{in} \left(1 - \frac{r}{R}\right) (1+r)^n$ (n :タイムラグ, l_{in} :ラグ付きの労働投入係数)。一方、体現された労働の全体は、 $E_i = \sum_{n=0}^{\infty} l_{in}$ と定義されるが、ステードマンは、 E_i から P_i に変換する関数関係は一般的に存在しないという命題が導かれるとした (Steedman, 1977)。
- 17) たとえば、ロバート・オーウェンの Owen, R., Report to the Committee of the Association for the Relief of the Manufacturing and Labouring Poor, 1817, in *A New View of Society and other Writings*, Dutton, 1927. 邦訳『社会変革と教育』, 明治図書, 1965年. などに代表される。
- 18) Ricardo, D. (1821) p. 446
- 19) Morishima, M. (1989) 邦訳 pp. 178-185. これに対しては、ハインツ・クルツとネリ・サルバドリーらより反論がなされた (Kurz, H. D. and Salvadori, N.(1992) 16(2), p. 227-47).
- 20) Torrens, R. (1821) p. 373 「この余剰、もしくは10パーセントの利潤があれば、彼ら（耕作者や製造業者）は、追加的な労働者の雇用に充てるか、当面の享楽のための奢侈品購入に充てるかもしれない」。
- 21) Torrens, R. (1821) p. 29 「耐用年数の異なる同量の資本を用いるとき、一方の工程で資本の残余価値（として結合生産される機械）と一緒に生産される物品は、他方の工程で生産される物品および資本の残余価値と等しい交換価値をもつだろう」。
- 22) Torrens, R. (1821) pp. 28 ff. このことは、数値例により示されている；同じ2,000リーブル（以下、Lbと略記）の価値を有する2種類の前払い資本を用いて生産する毛織物製造業者と絹織物製造業者を想定。前者は1,500 Lbの機械+500 Lbの賃金と原材料、後者は500 Lbの機械+1,500 Lbの賃金と原材料がそれぞれの生産過程に投じられる。利潤率10%、減価償却率10%を仮定すると、
 ・毛織物の資本価値は2,200 Lb (2,000 Lbの前払い資本+利潤), 1,500 Lbの機械の価値は償却後、1,350 Lb となるため、生産物の価値は $2,200 - 1,350 = 850$ Lb となる。
 ・絹織物の資本価値は2,200 Lb (2,000 Lbの前払い資本+利潤), 500 Lbの機械の価値は償却後、450 Lb となるため、生産物の価値は $2,200 - 450 = 1750$ Lb となる。
- 23) サルバトリー (Salvadori, N., 2003) は、超過需要に価格を反応させるスラッファ・モデルを提示している。
- 24) この方法は、スラッファ自身が明らかにしているとおおり、トレنزにその源泉となる考え方を見いだすことができる。スラッファは、Sraffa (1960) 邦訳 付録D文献引証4において、「固定資本のうち年末に残されたものを一種の結合生産物として扱うという工夫は、…リカードの学説を批判する途中で、トレنزによって最初に導入された。それ以後、この方法は、トレنزの理論の反対者によってさえ、一般的に採用された。はじめはリカードによって、…、ついでマルサスによって…、そしてのちにはマルクスによって。しかし、その後は、忘却のうちに埋もれてしまったように思われる」。
- 25) 効率不変の場合の機械にかんする年々の費用は、一般利潤率を r 、機械の耐用年数を n 、新品の機械の

価格を $P_m(0)$ として, $P_m(0) \frac{r(1+r)^n}{1-(1+r)^n}$ で表わされる確定年金の大きさに等しい.

- 26) シェフォールド (Schefold, B., 1978, pp. 415 ff.) は, 最適中断 (截頭) 問題など, 中断をめぐる諸問題を定理のかたちで最初に明らかにした.
- 27) Sraffa, P. (1960) 邦訳 第Ⅲ部
- 28) Ricardo, D. (1951-73) 邦訳 pp. 82
- 29) Ricardo, D. (1951-73) 邦訳 pp. 83 ff.
- 30) クアドリオ・クルッツォ (Quadrio-Cruzio, A. 1976) によると, 『商品の生産』第11章の外延的地地のモデルは次のような再定式化が可能である: 異なる品質 $b(b = I, II, \dots, K)$ の土地の地代を $\rho(b)$, その投入係数を Λ とし, 土地を使用しない, もしくは地代ゼロの土地を使用して生産される最終財の価格を $p_j(j=2, \dots, m+1)$ として,
- $$\begin{cases} \mathbf{a}'_{i1}(b)\mathbf{P}(1+r) + l_1(b)w + \Lambda(b)\rho(b) = p_1 = 1 & \text{ただし, } \begin{cases} \mathbf{a}'_{i1}(b) = [a_{1,1}(b), \dots, a_{m+1,1}(b)] \\ \mathbf{a}'_{ij}(b) = [a_{1,j}, \dots, a_{m+1,j}] \end{cases} \\ \mathbf{a}'_{ij}(b)\mathbf{P}(1+r) + l_j(b)w = p_j \\ \prod_{b=1}^K \rho(b) = 0 \end{cases}$$
- 31) Sraffa, P. (1960) 邦訳 p. 124. 「肥沃度というものは地代と無関係に定義されるものではなく, その順位は地代そのものの大きさと同様, 利潤率と賃金率の変動とともに変化しうるのである」.
- 32) Sraffa, P. (1960) 邦訳 pp. 1 「産出高の変化も, …… 考えられていない. …… そこでの研究は生産規模の変化だとか …… に依存しないような経済体系の性質に, もっぱら係わっている」.
- 33) Sraffa, P. (1960) 邦訳 pp. 126-127
- 34) Salvadori, N. (1986)
- 35) フォン・ノイマン・モデルでは, 労働は賃金財によって生産される商品として扱われ, したがって賃金は多の資本財と同様に生産に先立って前払いされるタイプのモデルになっている. スラッファ体系と同一の表記法をもってフォン・ノイマンの価格体系を表わすなら, $\mathbf{p} = (1+r)(\mathbf{p}\mathbf{A} + w\mathbf{l})$ となる. この賃金前払い方式のモデルは, 時間変化を定式化する場合に, 賃金後払い方式とちがいが, 扱いが容易であるという利点がある.
- 36) Kruz, H. D. and Salvadori, N. (2000)
- 37) Pasinetti, L. L. (1973)

参考文献

- Moseley, F., (2015) *Money and Totality: A Macro-Monetary Interpretation of Marx's Logic in Capital and the End of the 'Transformation Problem'*, Brill.
- Kruz, H. D. Kruz, (1978) Rent Theory in a Multisectoral Model, *Oxford Economic Papers*, vol. 30, issue 1.
- Kruz, H. D. and Salvadori, N. (1992) Morishima on Ricardo : Review Article, *Cambridge Journal of Economics* vol. 16, issue 2.
- Kruz, H. D. and Salvadori, N. (2003) Theories of Economic Growth – Old and New in *The Theory of Economic Growth* : a 'Classical' Perspective, Edward Elgar.
- Kruz, H. D. and Salvadori, N. (2000) Economic Dynamics in a Simple Model with Exhaustible Resources and a Given Real Wage Rate in *Classical Economics and Modern Theory - Studies in long-period analysis*, Routledge, 2003.
- Leontief, W. (1936) "Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States", *Review of Economics and Statistics* Vol. 18, No. 3.
- Marx, K. (1867) *Das Kapital* Bd. I. (向坂逸郎訳 『資本論』 第1巻, 岩波書店, 1967年)
- Morishima, M. (1981) *Ricardo's Economics: A General Equilibrium Theory of Distribution and Growth*, Cambridge University Press. (高増明他訳 『リカードの経済学—分配と成長の一般均衡論』 岩波書店, 1991年)
- Neumann, J. von (1945-6) "A Model of General Economic Equilibrium", *Review of Economic Studies* vol. 13, issue 1.

- Pasinetti, L. L. (1974) *Growth and Income Distribution*, Cambridge University Press. (宮崎耕一訳『経済成長と所得分配』岩波書店, 1983年)
- Pasinetti, L. L. (1973) "The Notion of Vertical Integration and Economic Analysis", *Metroeconomica* vol. 25, issue 1.
- Quandrio-Cruzio, A. (1980) "Rent, Income Distribution, and Orders of Efficiency and Rentability", in Pasinetti, L. L., ed. *Essays on the Theory of Joint Production*, Macmillan. (中野守・宇野立身訳『生産と分配の理論』, 日本経済評論社, 1988年)
- Quesnay, F. (1759) *Tableau économique*. (戸田正雄・増井健一訳『経済表』岩波文庫, 1933年)
- Ricardo, D. (1819) *On the Principles of Political Economy, and Taxation, Second Edition*. London: Murray. (羽鳥卓也・吉澤芳樹訳(1987)『経済学および課税の原理』(上下巻)岩波文庫)
- Ricardo, D. (1951-73) *The Works and Correspondence of David Ricardo*, 11 vols., edited by Piero Sraffa, Cambridge University Press. (堀経夫他訳『リカード全集』全11巻, 有松堂書店, 1970-75年)
- Salvadori, N. (1986) "Land and Choice of Techniques within the Sraffa Framework", *Australian Economic Papers* vol. 25, pages 94-105.
- Sraffa, P. (1960) *Production of Commodities by Means of Commodities: Prelude to a Critique of Economic Theory*, Cambridge University Press. (菱山泉・山下博訳『商品による商品の生産』有斐閣, 1978年)
- Schefold, B. (1978) "Fixed Capital as a Joint Product" *Jahrbücher für National-ökonomie und Statistik*, CXCII.
- Schefold, B. (1979) "Capital, Growth and definitions of Technical Progress", *Festschrift für G. Bombach, Kyklos*, XXXII.
- Steedman, I. (1977) *Marx after Sraffa*, Verso Books.
- Torrens, R. (1815) *An Essay on the External Corn Trade*, London.
- Torrens, R. (1818) "Strictures on Mr. Ricardo's Doctrine Respecting Exchangeable Value", *Edinburgh Magazine*, October.
- Torrens, R. (1821) *An Essay on the Production of Wealth, with an introductory essay by Joseph Dorfman*, A.M. Kelly 1965.
- 白杉 剛 (2005) 『スラッファ経済学研究』ミネルヴァ書房
- 久松太郎 (2007) 「R. トレンズの投下労働価値論批判」, 『経済学史研究』49(1) 37-52.

執筆者紹介(掲載順)

楠田康之 経済学部 教授 産業組織論
浮田 聡 経済学部 教授 理論経済学

編集後記

今回の経済学研究は、インターネットの普及が企業の販売戦略に与える影響を分析した経済理論に関わる論文と、経済学史に関わる研究ノートの2編を掲載することができました。今後も経済学のさまざまな分野からの寄稿をお願いいたします。

(古川徹也)

東京国際大学論叢 経済学研究 第8号

2024(令和6)年3月20日発行

[非売品]

編集者 東京国際大学経済学研究論叢編集委員
発行者 浅野善治
発行所 〒350-1197 埼玉県川越市の場北1-13-1
TEL (049) 232-1111
FAX (049) 232-4829
印刷所 株式会社 東京プレス
〒161-0033 東京都新宿区下落合3-12-18 3F

THE JOURNAL OF
TOKYO INTERNATIONAL UNIVERSITY

Economic Research

No. 8

Articles

Consumer Behavior with Omnichannel Retailer's Price
and Fulfillment Strategies KUSUDA, Yasuyuki

Research Note

The Significance of Sraffa's *Production of Commodities*
by means of Commodities, Part II, in the Context of History
of Political Economy UKITA, Satoru

2 0 2 4